

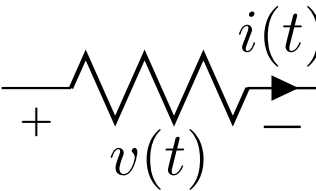
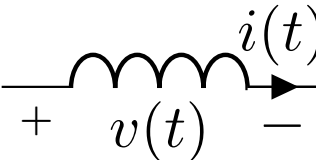
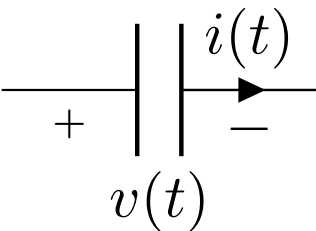
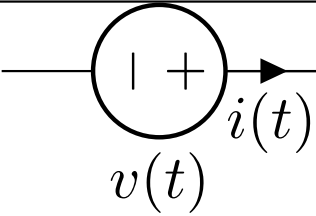
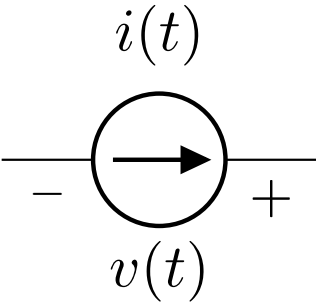
Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

Tema 6: Elementos de la teoría de circuitos (III)

Contenidos

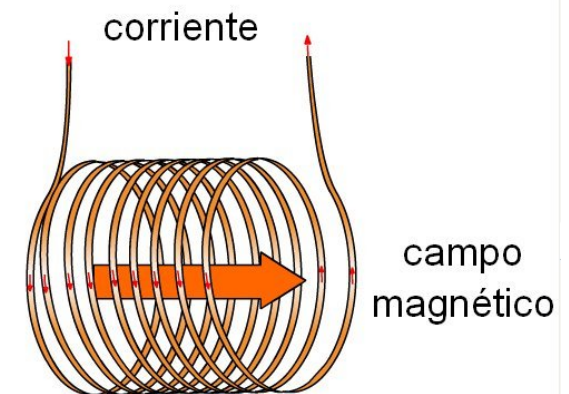
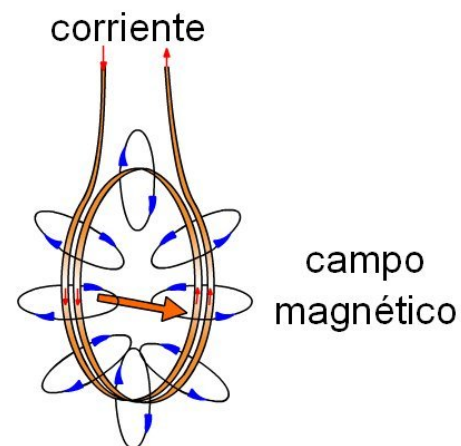
- Bobina
- Condensador
- Acoplamiento magnético
- Bobinas acopladas
- Transformador ideal

Elementos básicos

Resistencia (R)		$v(t) = Ri(t)$
Bobina (L)		$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$
Condensador (C)		$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$
Fuente tensión		$v(t)$ conocida $i(t)$ incógnita
Fuente intensidad		$v(t)$ incógnita $i(t)$ conocida

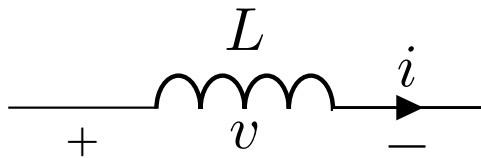
Bobina

- Hilo metálico alrededor de un núcleo (magnético o no)
- Ley de Ampere: una corriente eléctrica (variable) produce un campo magnético (variable)
- Ley de Faraday: un campo magnético variable crea una tensión inducida
- Su comportamiento está relacionado con campos magnéticos
- Se demostró que la tensión inducida es proporcional al ratio de variación de la corriente



Bobina (cont)

- L es el coeficiente de autoinducción (se mide en Henrios (H) y depende de la geometría de la bobina y las características magnéticas)



$$v = L \frac{di}{dt}$$

- Para i constante, $v = 0 \rightarrow$ cortocircuito
- La intensidad no puede cambiar de bruscamente (función continua)
- La intensidad se calcula como $i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(t) dt$
- La potencia se calcula como $P(t) = v(t)i(t) = Li(t) \frac{di}{dt}$
- La energía almacenada se calcula como

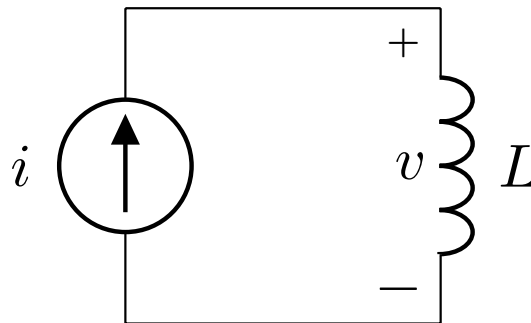
$$w(t) = \int_{t_0}^t p(t) dt = \int_{t_0}^t Li(t) \frac{di}{dt} dt = \frac{1}{2} L (i^2(t) - i^2(t_0))$$

- Si $i(t_0) = 0$ la energía se calcula como $w(t) = \frac{1}{2} Li^2(t)$

Ejercicio 6-1

La fuente genera una corriente igual a cero para $t < 0$ y un pulso $10 \cdot \delta \cdot t \cdot e^{-\beta t}$ para $t > 0$. Determina la expresión de la tensión en bornas de la bobina $v(t)$, dibuja la forma de onda de corriente y tensión, y calcula

- a) $i(t = \frac{2}{\beta} \text{s})$ [A]
- b) $v(t = \frac{2}{\beta} \text{s})$ [V]
- c) Energía almacenada $t = \frac{2}{\beta} \text{s}$ [mJ]
- d) Instante t (en segundos) en el que la corriente es máxima
- e) Instante t (en segundos) en el que la tensión es máxima
- f) Instante t (en segundos) en el que la tensión cambia de polaridad



Datos: $L = 100 \cdot \delta \text{ mH}$

Solución 6-1

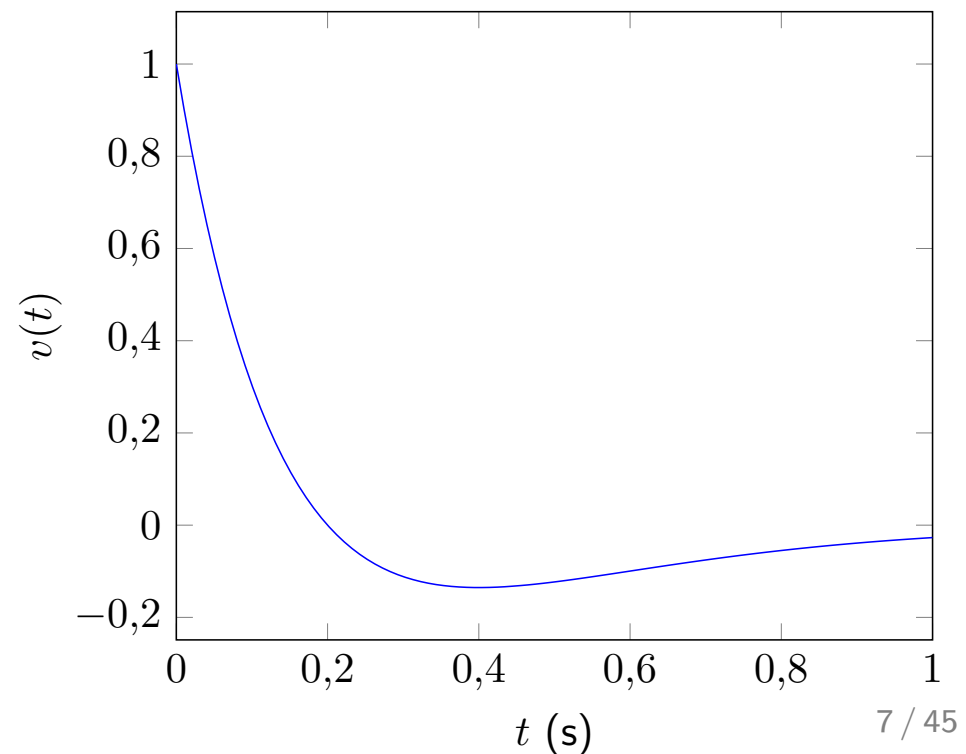
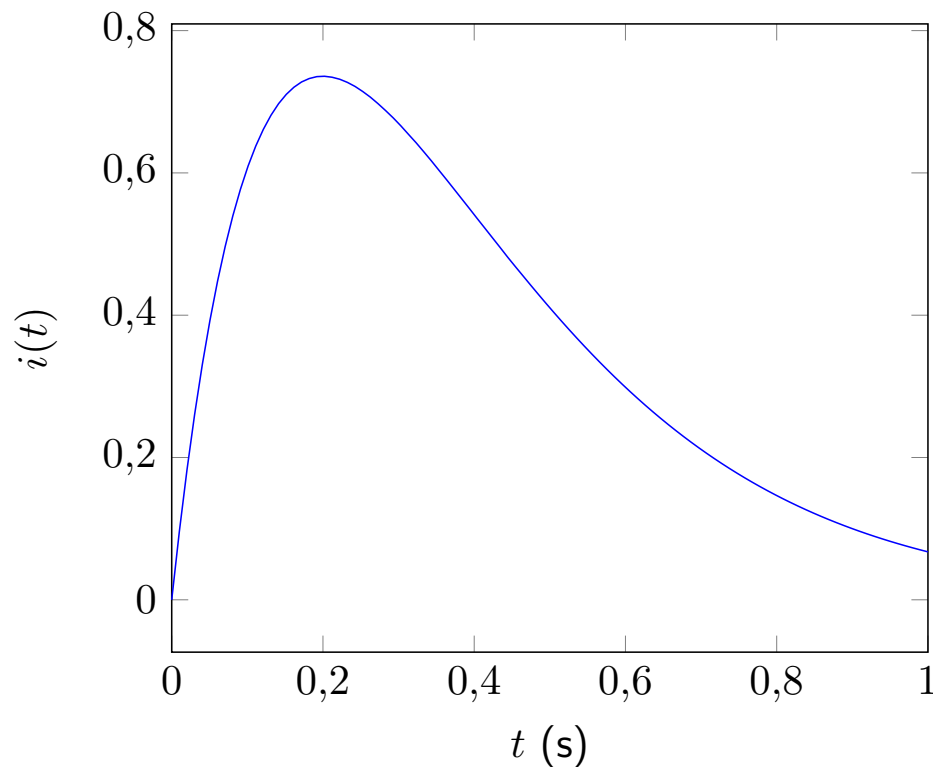
$$i(t) = 10te^{-5t}, t > 0 \quad L = 100\text{mH}$$

$$v(t) = L \frac{di}{dt} = 0,1 \cdot 10 (e^{-5t} - 5te^{-5t}) = e^{-5t}(1 - 5t)$$

$$i(t = 0,4) = 10 \cdot 0,4 \cdot e^{-5 \cdot 0,4} = 0,54 \text{ [A]}$$

$$v(t = 0,4) = e^{-5 \cdot 0,4}(1 - 5 \cdot 0,4) = -0,14 \text{ [V]}$$

$$w(t = 0,4) = 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,54^2 = 14,58 \text{ [mJ]}$$



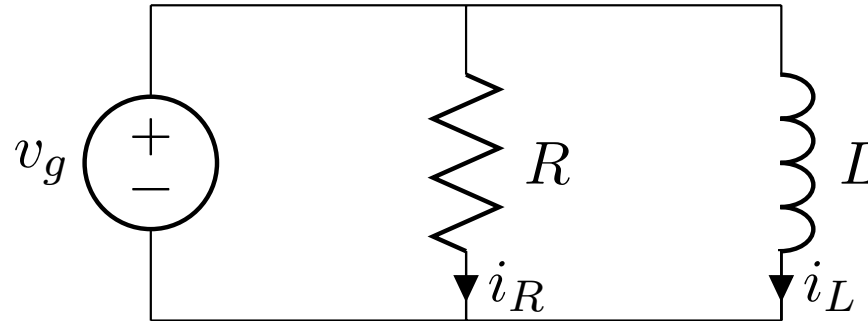
Ejercicio 6-2

Para el circuito de la figura determina las expresiones $i_R(t)$ y $i_L(t)$ para $t > 0$ suponiendo que $i_L = 0$ para $t \leq 0$. Dibuja las funciones $v_g(t)$ y $i_L(t)$ para $t > 0$ y calcula

a) $i_R(t = \frac{2}{\beta})$ [A]

b) $i_L(t = \frac{2}{\beta})$ [V]

c) $w_L(t = \frac{2}{\beta})$ [mJ]



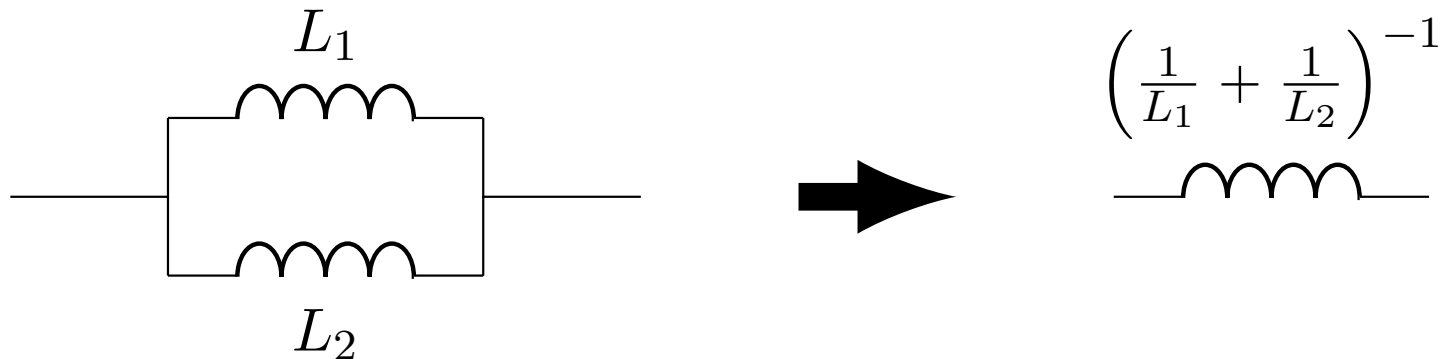
Datos: $R = \gamma[\Omega]$, $L = 100 \cdot \delta$ [mH], $v_g = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 2 \cdot \alpha \cdot t e^{-\beta \cdot t}, & t > 0 \end{cases}$

Bobina (cont)

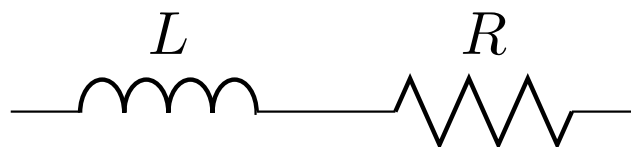
- Bobinas en serie



- Bobinas en paralelo

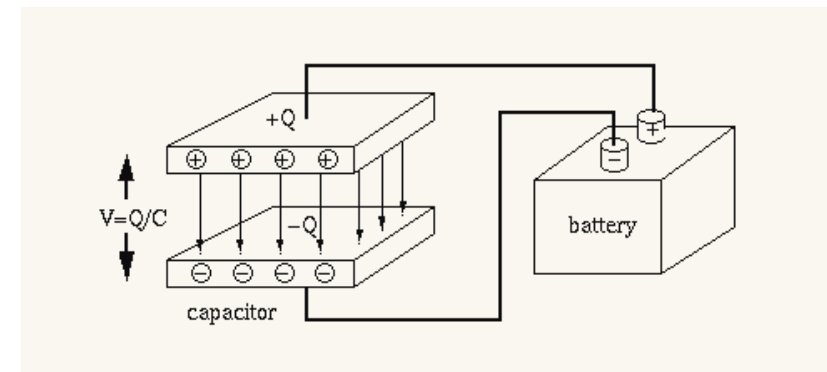
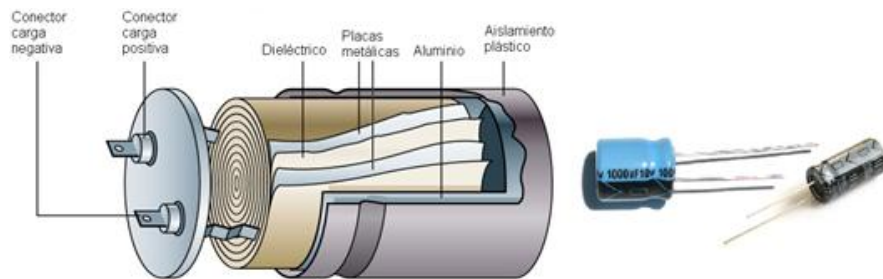


- Bobina real



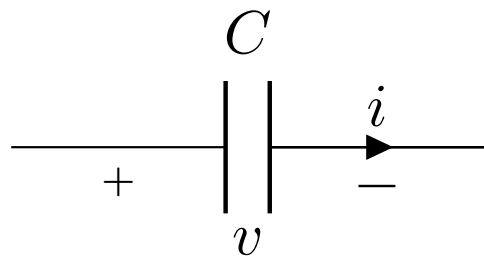
Condensador

- Está compuesto de dos conductores separados por un aislante o material dieléctrico
- Puede almacenar carga eléctrica (como las baterías)
- Su comportamiento está basado en fenómenos asociados con campos eléctricos
- Se demostró que la corriente es proporcional al ratio de variación de la tensión



Condensador (cont)

- C es la capacidad (se mide en Faradios (F) y depende de la geometría del condensador y las características del material dieléctrico)



$$i = C \frac{dv}{dt}$$

- Para v constante, $i = 0 \rightarrow$ circuito abierto
- La tensión no puede cambiar de bruscamente (función continua)
- La tensión se calcula como $v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt$
- La potencia se calcula como $P(t) = v(t)i(t) = C v(t) \frac{dv}{dt}$
- La energía almacenada se calcula como

$$w(t) = \int_{t_0}^t p(t) dt = \int_{t_0}^t C v(t) \frac{dv}{dt} dt = \frac{1}{2} C (v^2(t) - v^2(t_0))$$

- Si $v(t_0) = 0$ la energía se calcula como $w(t) = \frac{1}{2} C v^2(t)$

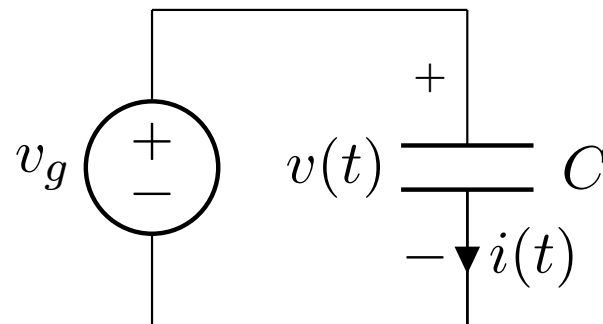
Ejercicio 6-3

Dado el circuito de la figura determina y dibuja $v(t)$ y $i(t)$ y calcula

a) $v(t = \frac{\delta}{2}s)$ [V]

b) $i(t = \frac{\delta}{2}s)$ [μ A]

c) $w(t = \frac{\delta}{2}s)$ [μ J]



$$\text{Datos: } C = \frac{\beta}{10} \text{ } [\mu\text{F}], v_g = \begin{cases} 0, t \leq 0s \\ \kappa \cdot t, 0 \leq t \leq \delta s \\ \kappa e^{-(t-\delta)}, t \geq \delta s \end{cases} \text{ [V]}$$

Solución 6-3

$$C = 0,5 \text{ } [\mu\text{F}]$$

$$v(t) = \begin{cases} 0, t \leq 0s \\ 4 \cdot t, 0 \leq t \leq 1s \\ 4e^{-(t-1)}, t \geq 1s \end{cases} \quad [\text{V}]$$

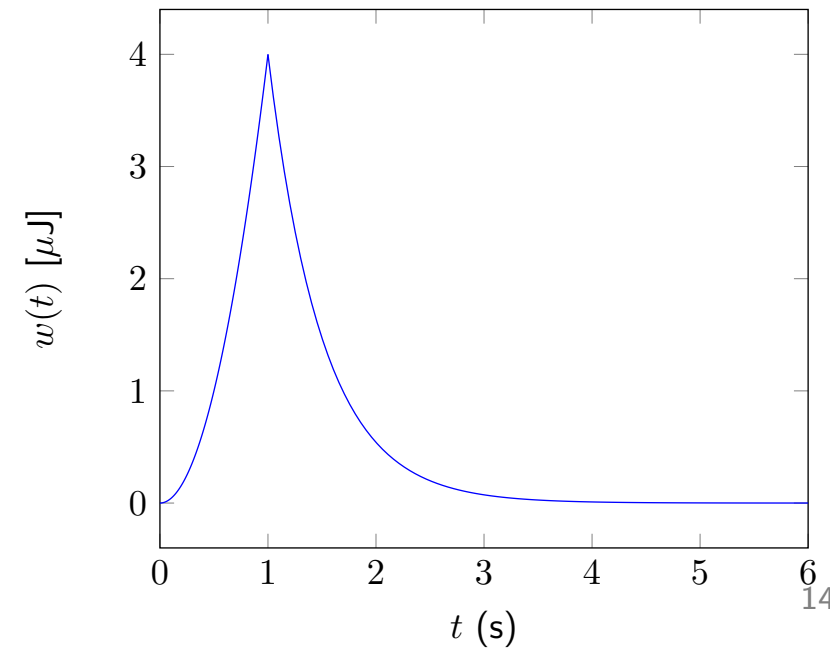
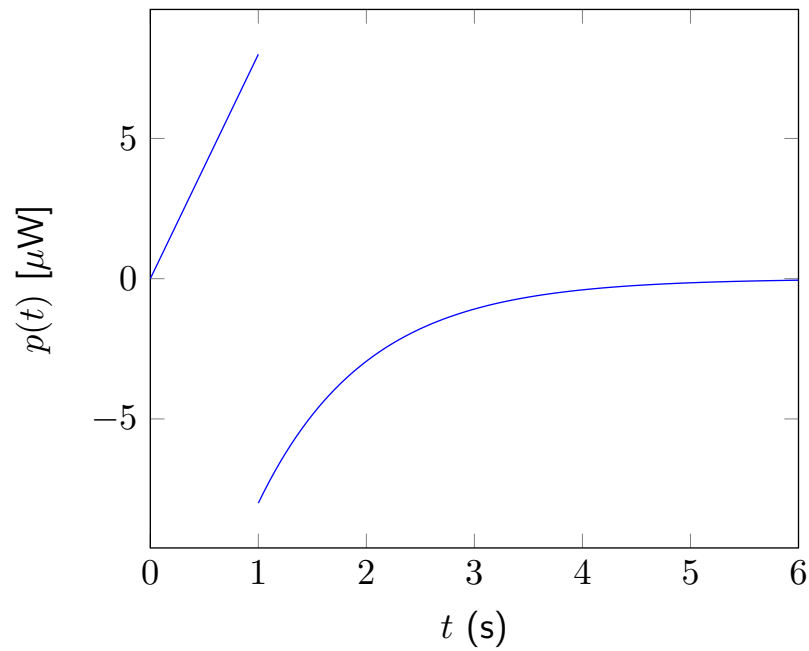
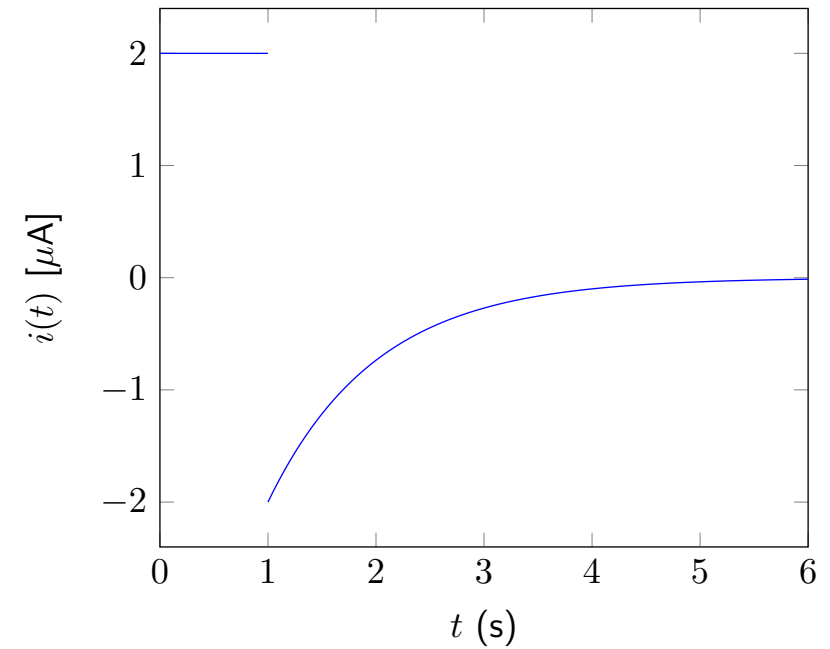
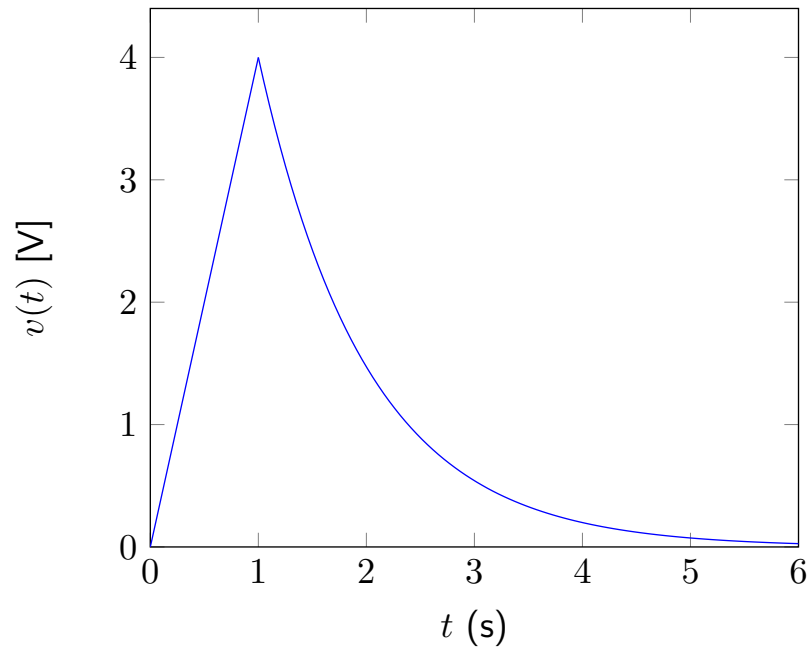
$$i(t) = \begin{cases} 0, t \leq 0s \\ 2, 0 \leq t \leq 1s \\ -2e^{-(t-1)}, t \geq 1s \end{cases} \quad [\mu\text{A}]$$

$$v(t = 0,5s) = 2 \text{ } [\text{V}]$$

$$i(t = 0,5s) = 2 \text{ } [\mu\text{A}]$$

$$w(t = 0,5s) = \frac{1}{2} C v^2 = 1 \text{ } [\mu\text{J}]$$

Solución 6-3 (cont)

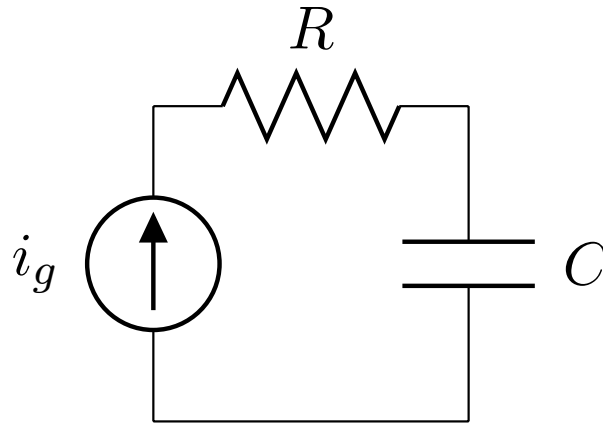


Ejercicio 6-4

Para el circuito de la figura calcula

a) $w_c(t = \frac{1}{\beta})$ [mJ]

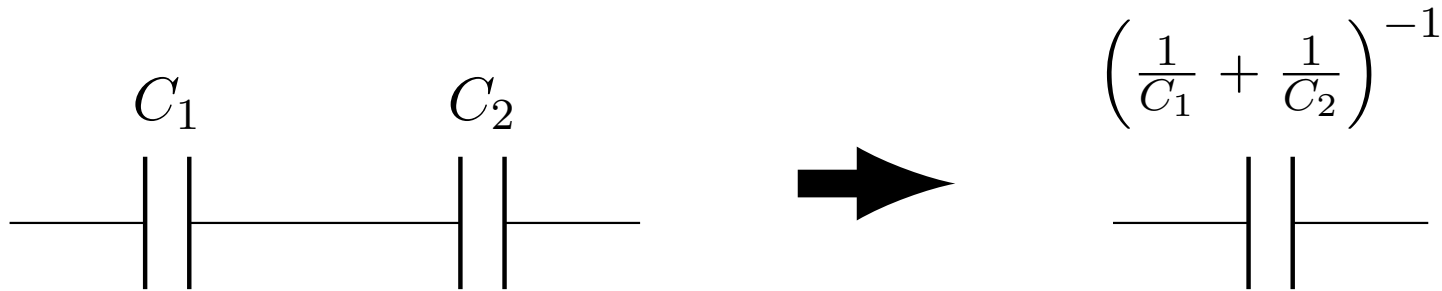
b) $P_{ig}(t = \frac{1}{\beta})$ [mW,gen]



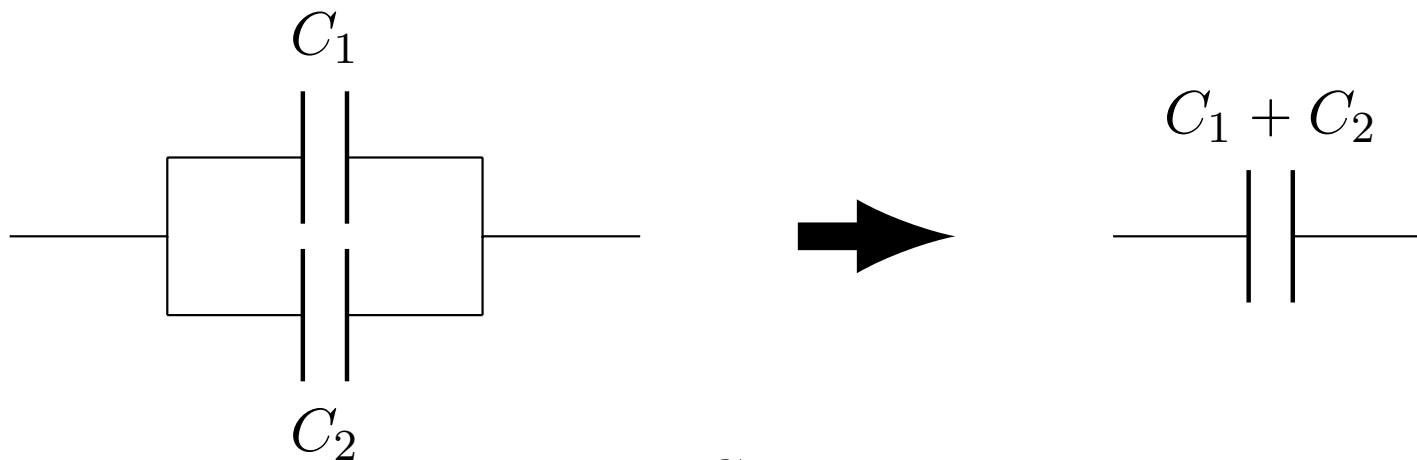
Datos: $C = \gamma$ [mF], $R = \delta$ [Ω], $i_g = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ \alpha e^{-\beta \cdot t}, & t > 0 \end{cases}$ [A]

Condensador (cont)

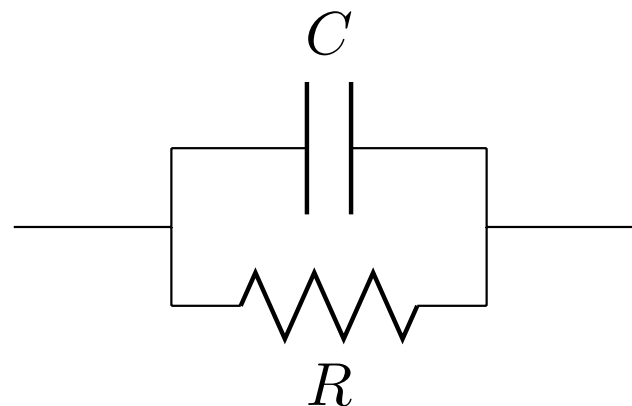
- Condensadores en serie



- Condensadores en paralelo



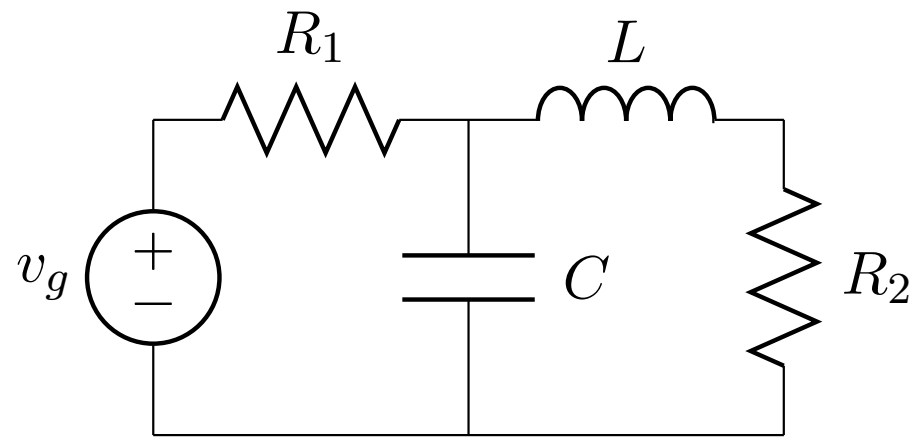
- Condensador real



Ejercicio 6-5

El circuito de la figura lleva en operación un tiempo suficientemente largo. Calcula

- a) la energía total almacenada en el circuito [mJ]
- b) la potencia suministrada por la fuente [W,gen]



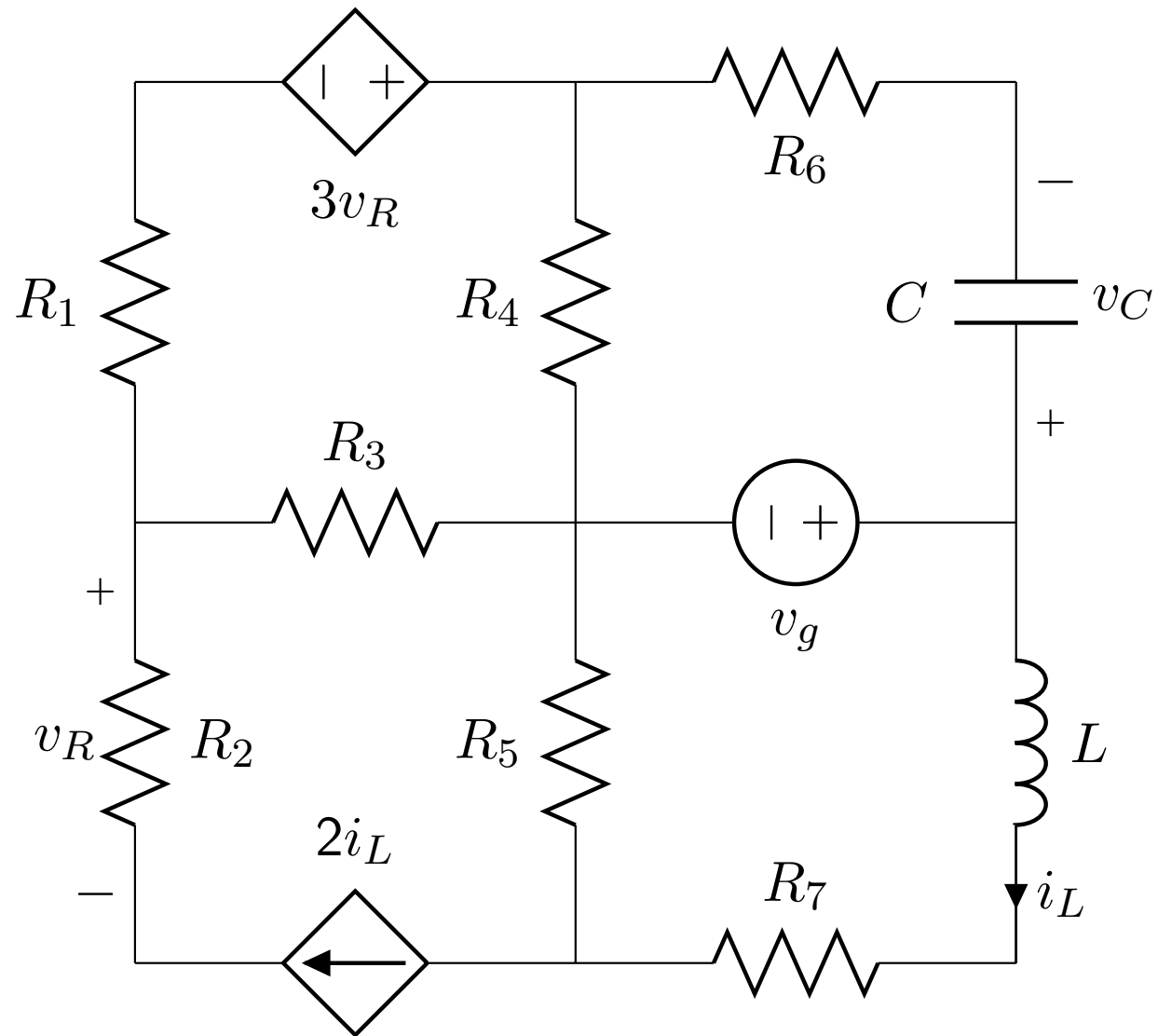
Datos:

$$v_g = 10 \cdot \theta \text{ [V]}, R_1 = 10 \cdot \epsilon \text{ [\Omega]}, R_2 = 10 \cdot \kappa \text{ [\Omega]}, L = 10 + \lambda \text{ [mH]}, C = \beta \text{ [\mu F]}$$

Ejercicio 6-6

Para el circuito en corriente continua de la figura determina:

- v_g [V]
- v_R [V]
- i_L [A]
- P_{3v_R} [W,gen]
- P_{v_g} [W,gen]
- P_{2i_L} [W,gen]
- w_L [J]



Datos: $R_1 = \gamma[\Omega]$, $R_2 = \alpha[\Omega]$, $R_3 = \eta[\Omega]$, $R_4 = \beta[\Omega]$, $R_5 = \kappa[\Omega]$, $R_6 = \theta\Omega$, $R_7 = \lambda[\Omega]$, $L = \epsilon$ [H], $C = 1 + \frac{\epsilon}{10}$ [F], $v_C = 20 + \kappa$ [V]

Ejercicio 6-7

Resuelve el circuito de la figura usando el método de nudos y calcula:

a) i [A]

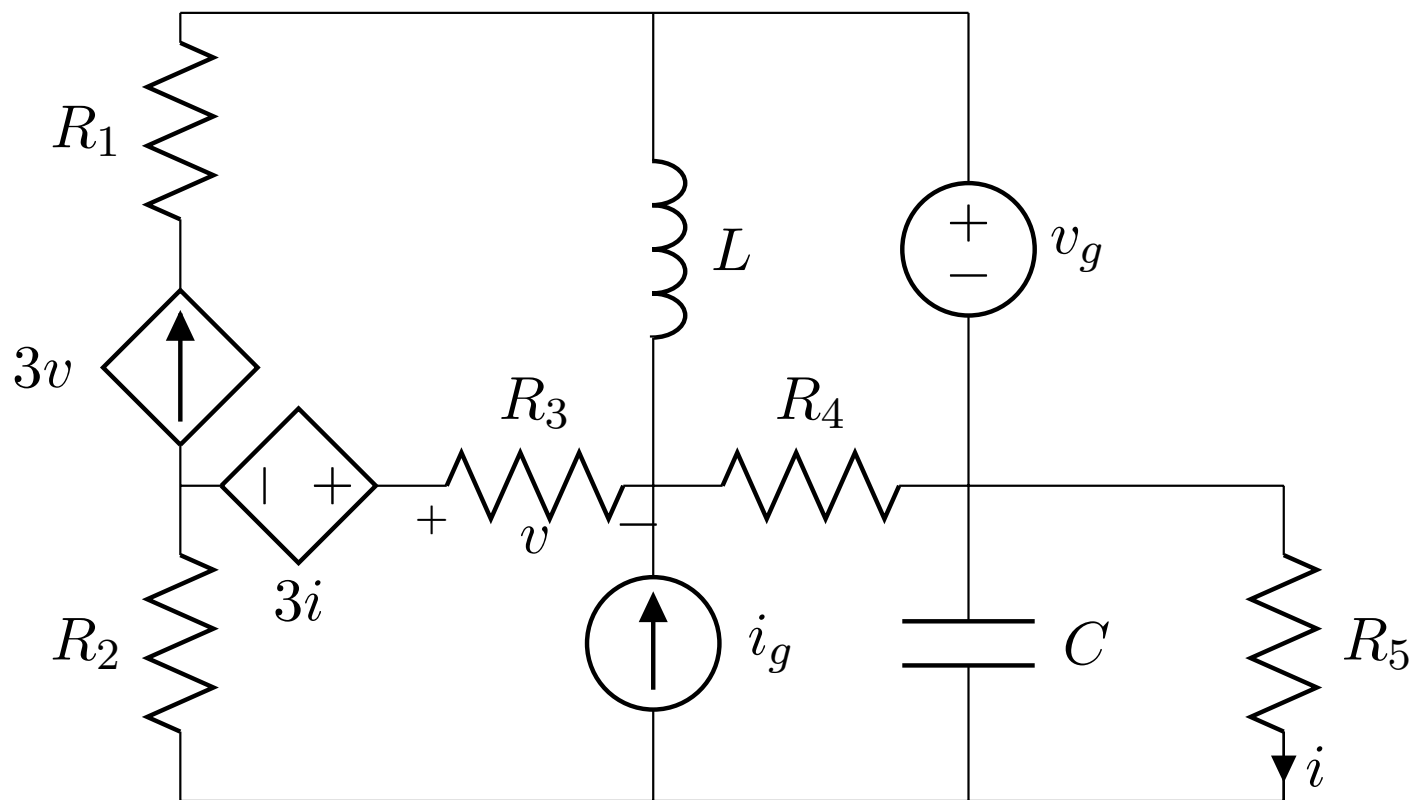
c) P_{3v} [W,gen]

e) w_L [J]

b) v [V]

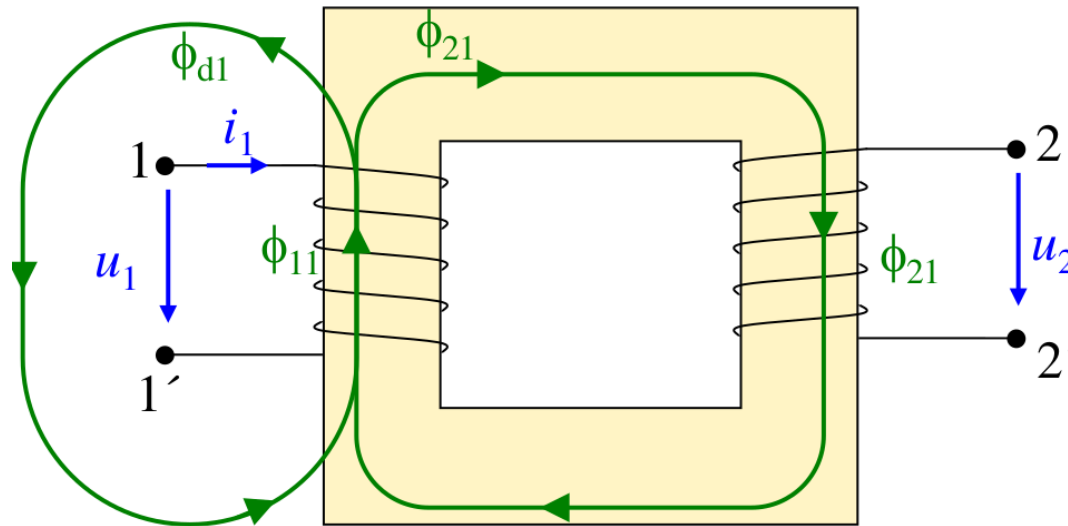
d) P_{3i} [W,gen]

f) w_C [J]



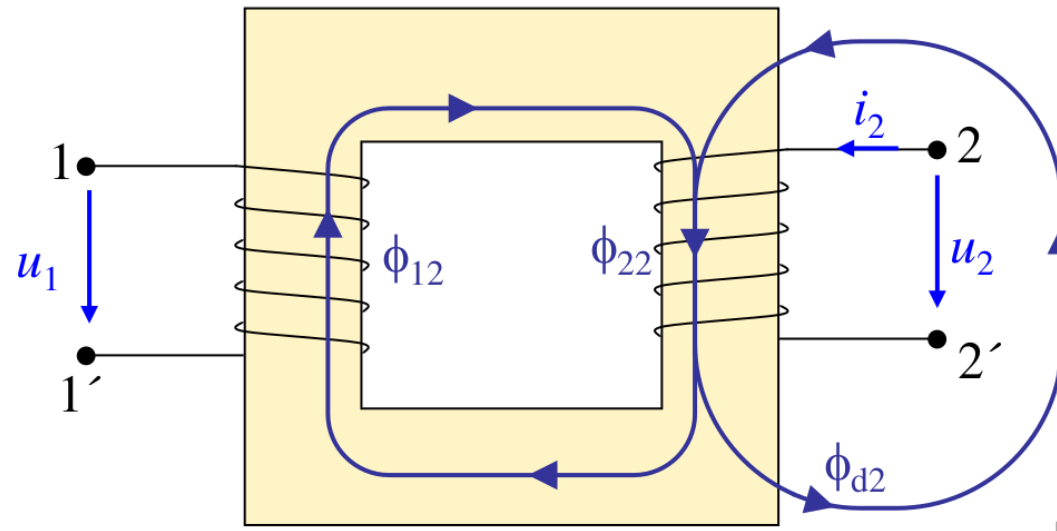
Datos: $v_g = \kappa$ [V], $i_g = \epsilon$ [A], $R_1 = \epsilon$ [Ω], $R_2 = \delta$ [Ω], $R_3 = \delta$ [Ω], $R_4 = \epsilon$ [Ω], $R_5 = \kappa$ [Ω], $L = \theta$ [mH], $C = \alpha$ [μ F]

Acoplamiento magnético



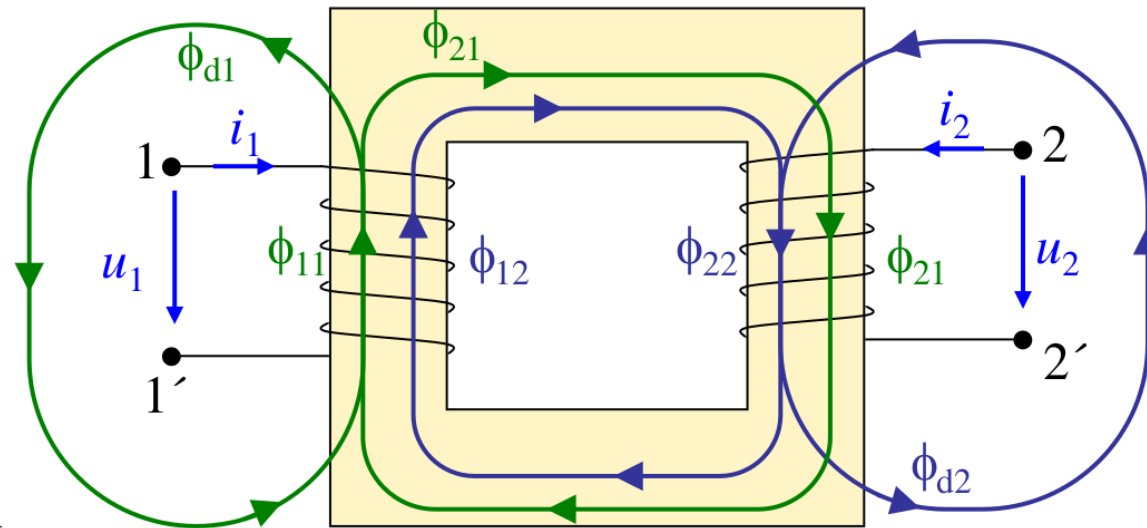
- La intensidad variable i_1 crea un flujo magnético variable Φ_{11}
- Dicho flujo magnético variable induce una tensión en la bobina 1
 $u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt}$ donde L_1 es el coeficiente de autoinducción de la bobina 1
- Parte del flujo creado por la bobina 1 atraviesa la bobina 2 (Φ_{21})
- Este flujo magnético variable también crea una tensión inducida en la bobina 2 $u_2 = M_{21} \frac{di_1}{dt}$ donde M_{21} es el coeficiente de inducción mutua

Acoplamiento magnético (cont)



- La intensidad variable i_2 crea un flujo magnético variable Φ_{22}
- Dicho flujo magnético variable induce una tensión en la bobina 2
 $u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt}$ donde L_2 es el coeficiente de autoinducción de la bobina 2
- Parte del flujo creado por la bobina 2 atraviesa la bobina 1 (Φ_{12})
- Este flujo magnético variable también crea una tensión inducida en la bobina 1 $u_1 = M_{12} \frac{di_2}{dt}$ donde M_{12} es el coeficiente de inducción mutua

Acoplamiento magnético (cont)



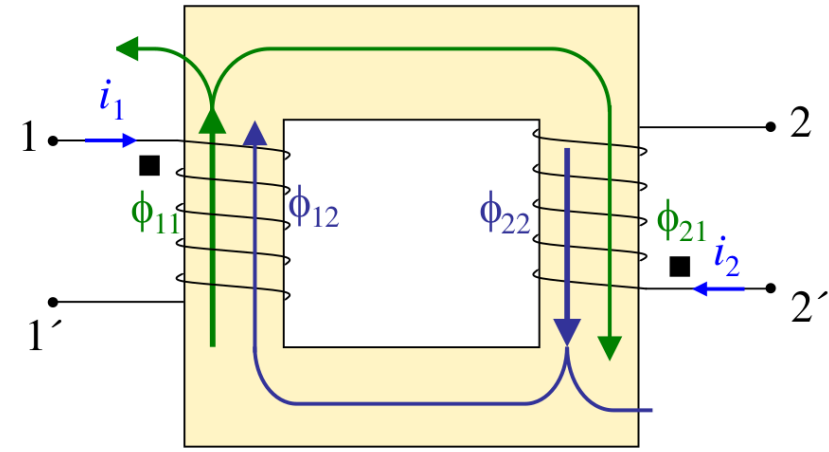
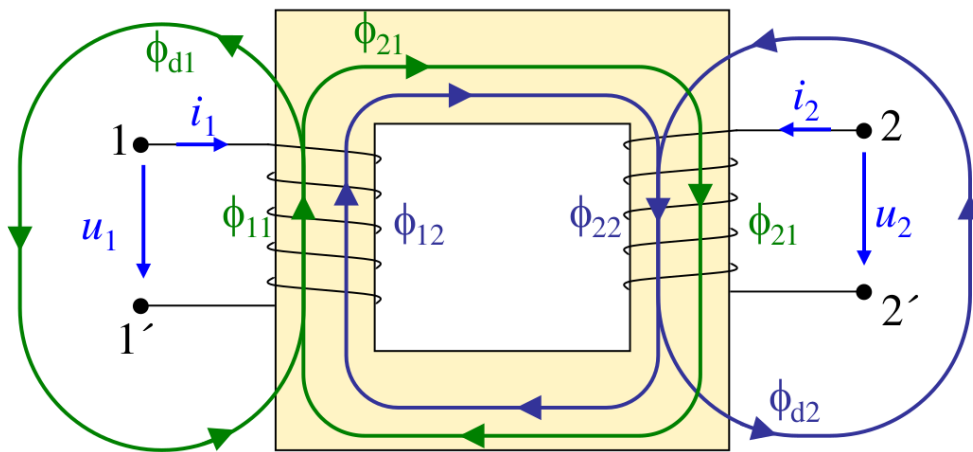
- Aplicando superposición obtenemos:

$$\begin{aligned} u_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} \\ u_2 &= M_{21} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 & M_{12} \\ M_{21} & L_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{pmatrix}$$

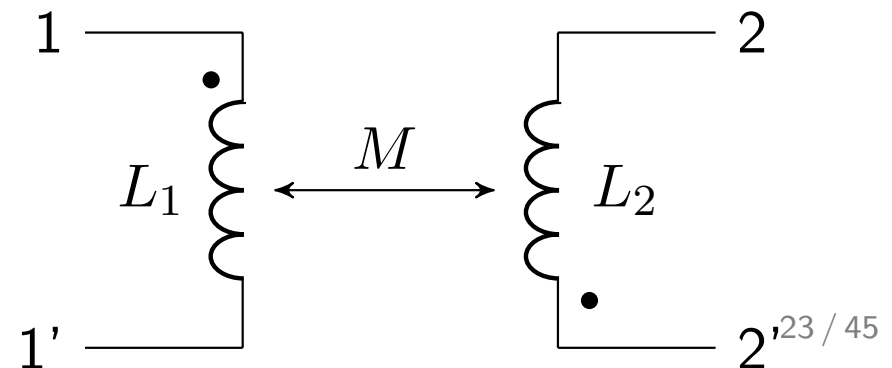
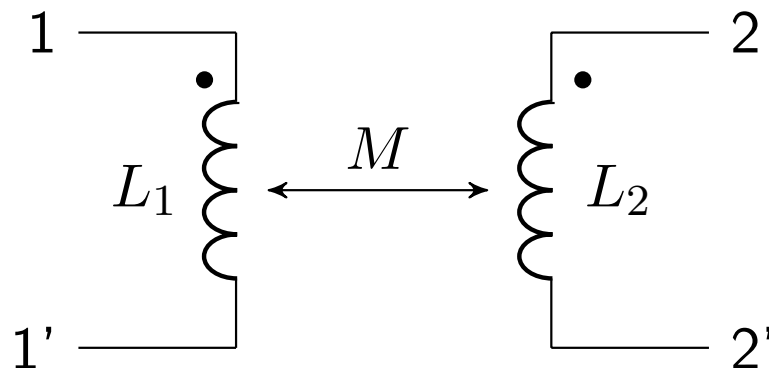
- $M_{12} = M_{21} = M = k\sqrt{L_1 L_2}$, con $0 \leq k \leq 1$ coeficiente de acoplamiento

Terminales correspondientes

Pareja de terminales tales que al inyectar corrientes por ellos producen flujos magnéticos en el mismo sentido



- En la figura de la izquierda, los terminales correspondientes son 1 y 2
- En la figura de la derecha, los terminales correspondientes son 1 y 2'
- Sus circuitos equivalentes en dos dimensiones serían

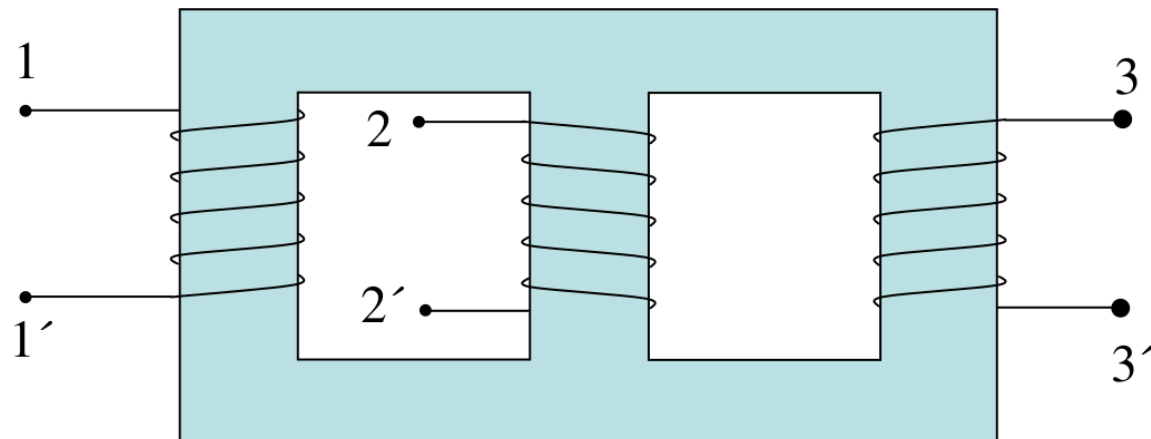
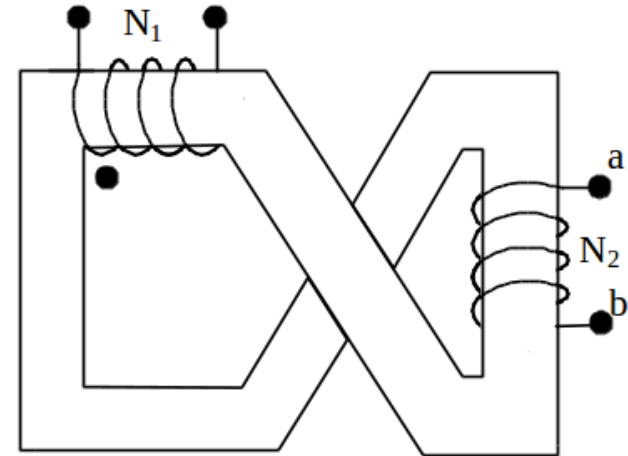
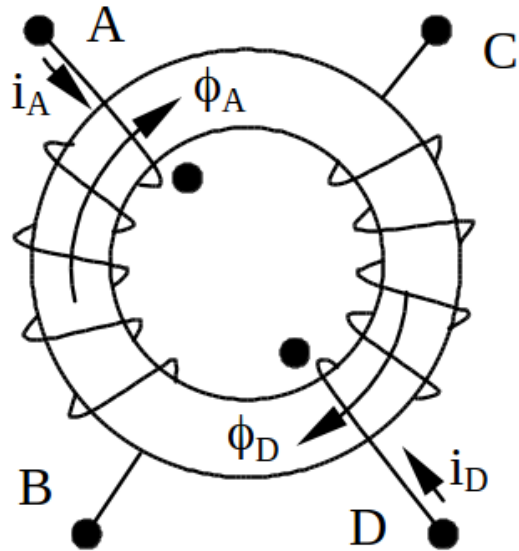


Terminales correspondientes (cont)

¿Cómo determinar terminales correspondientes?

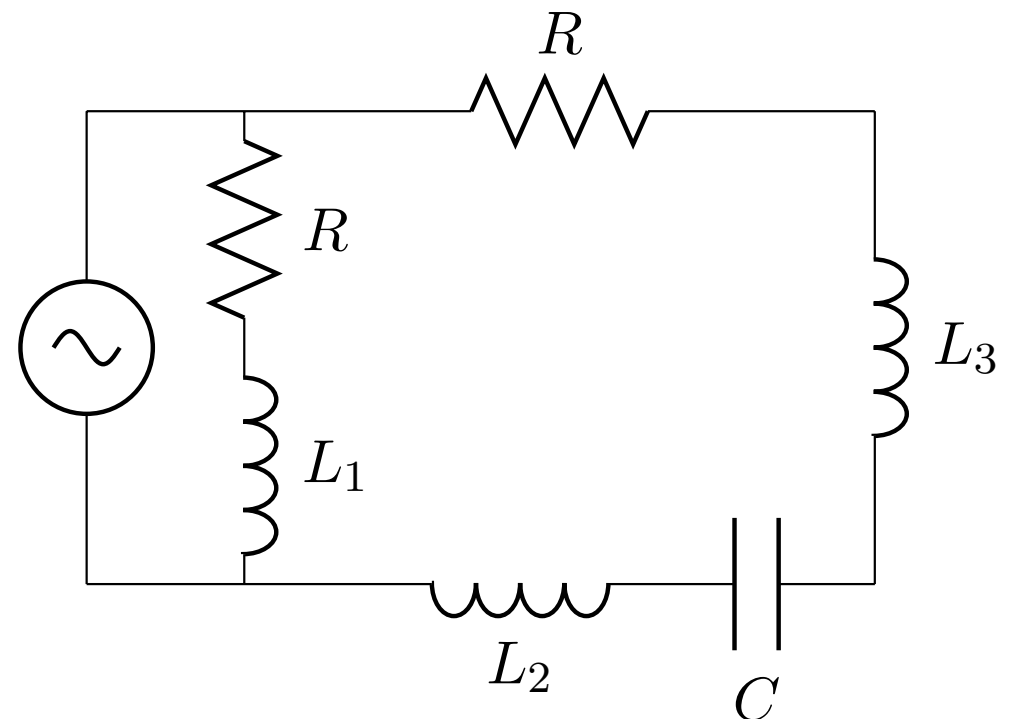
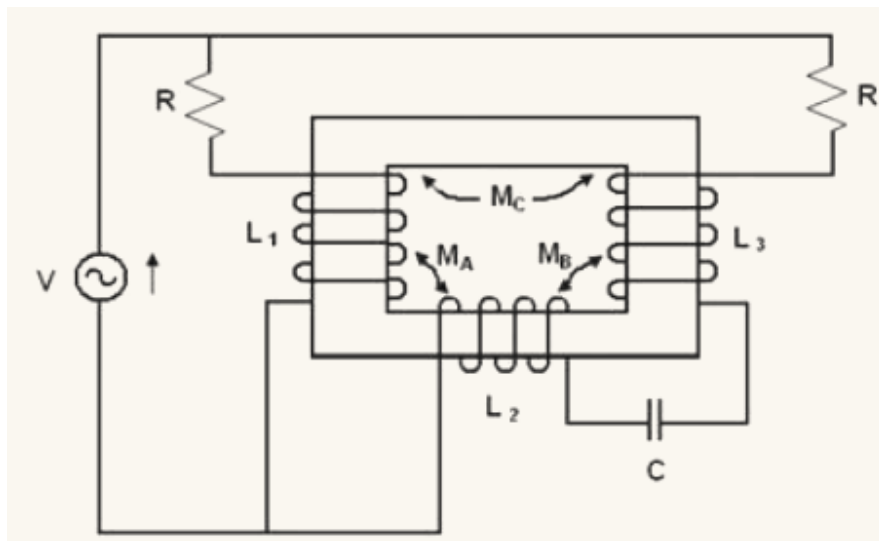
- 1) Seleccionar un terminal de la bobina 1 y marcarlo con un punto
- 2) Asignar una corriente entrante por el terminal marcado
- 3) Determinar la dirección del flujo magnético (regla mano derecha)
- 4) Seleccionar un terminal de la bobina 2 y asignar una corriente entrante
- 5) Determinar la dirección del flujo magnético (regla mano derecha)
- 6) Si los flujos van en el mismo sentido, marcar el terminal seleccionado de la bobina 2 con un punto
- 7) Si los flujos van en sentido contrario, marcar con un punto el terminal no seleccionado de la bobina 2

Terminales correspondientes (cont)



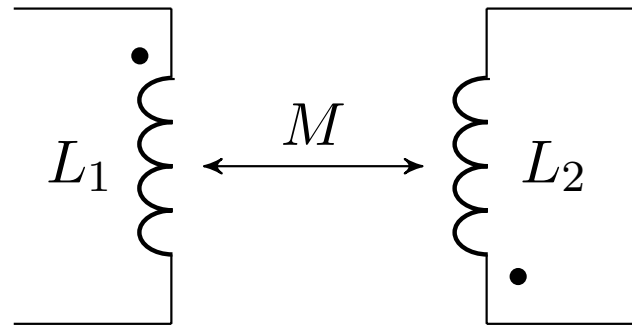
Terminales correspondiente (cont)

A partir del circuito en tres dimensiones, dibuja las terminales correspondientes del dibujo en dos dimensiones



Bobinas acopladas magnéticamente

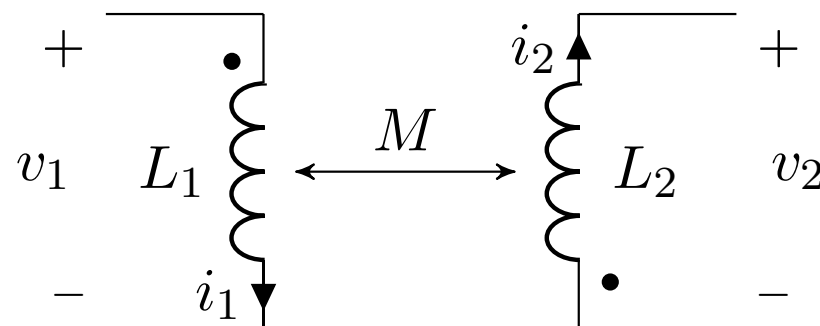
Pasos para determinar la tensión en bobinas acopladas magnéticamente



$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

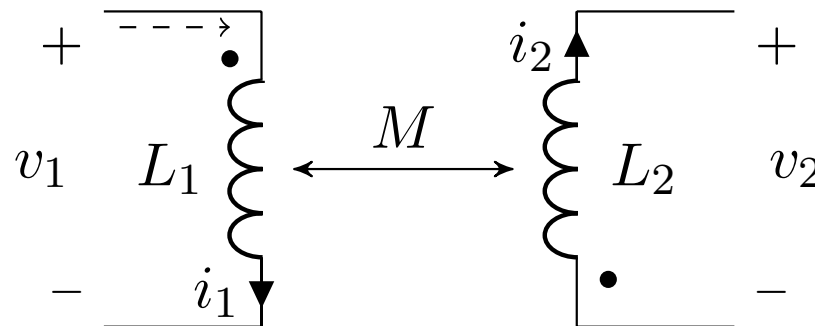
k es el coeficiente de acoplamiento y varía entre 0 y 1

- 1) Elige arbitrariamente el sentido de las intensidades y las tensiones de las bobinas



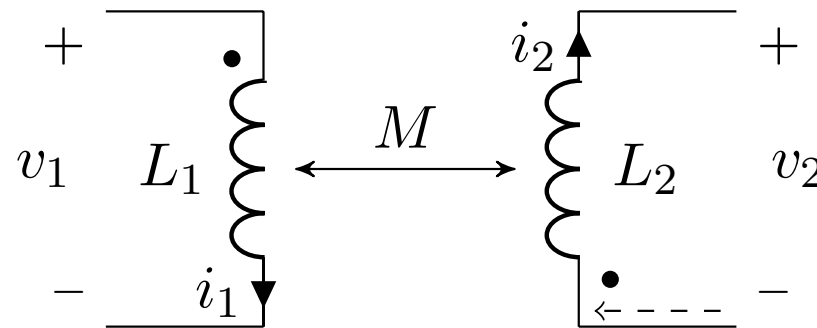
Bobinas acopladas magnéticamente (cont)

- 2) Determina la tensión inducida en L_1 debido a la intensidad i_1 . Como el sentido de i_1 coincide con el sentido de v_1 dicha tensión será $+L_1 \frac{di_1}{dt}$
- 3) Determina la tensión inducida en L_2 debido a la intensidad i_2 . Como el sentido de i_2 es contrario al sentido de v_2 dicha tensión será $-L_2 \frac{di_2}{dt}$
- 4) Ten en cuenta que para los dos términos anterior no hemos necesitado mirar los puntos que indican los terminales correspondientes
- 5) Determina la tensión inducida en L_1 debido a la intensidad i_2 . Primero vemos que la intensidad i_2 está entrando por el terminal correspondiente, así que nos imaginamos una corriente ficticia (en discontinuo) entrando por el terminal correspondiente de la bobina L_1 . Como dicha corriente ficticia coincide con el sentido de v_1 , la tensión inducida por i_2 es $+M \frac{di_2}{dt}$



Bobinas acopladas magnéticamente (cont)

- 6) Determina la tensión inducida en L_2 debido a la intensidad i_1 . Primero vemos que la intensidad i_1 está entrando por el terminal correspondiente, así que nos imaginamos una corriente ficticia (en discontinuo) entrando por el terminal correspondiente de la bobina L_2 . Como dicha corriente ficticia tiene sentido contrario al de v_2 , la tensión inducida por i_1 es $-M \frac{di_1}{dt}$

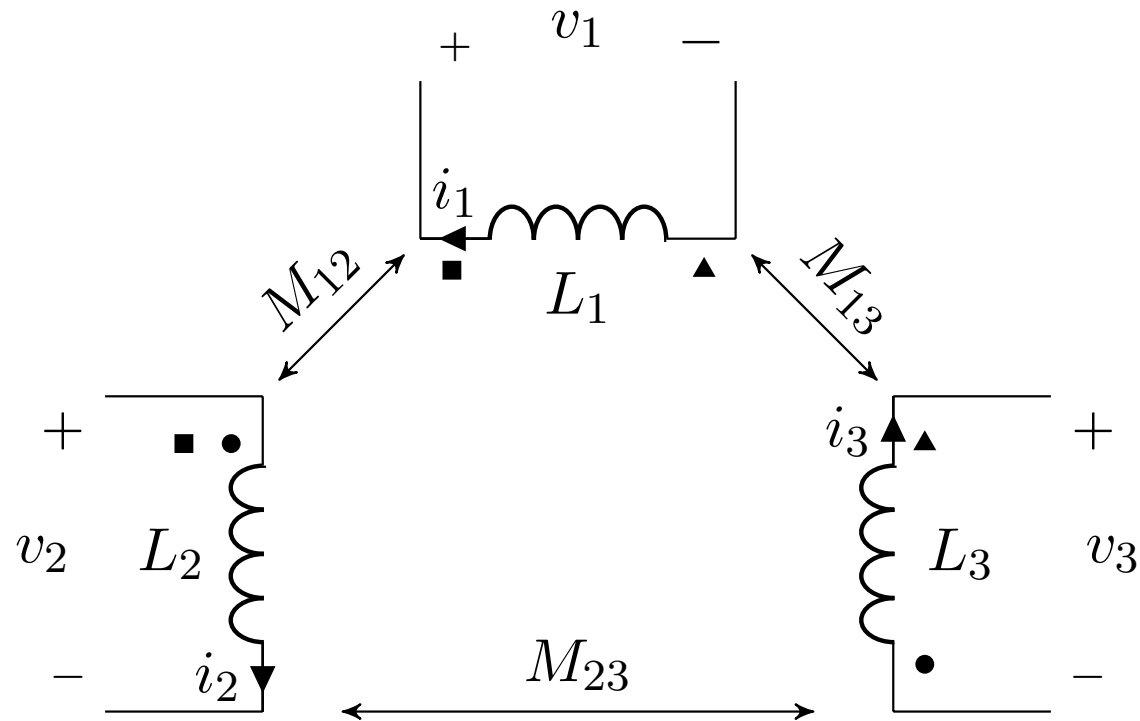


- 7) Suma todas las tensiones inducidas en cada bobina para obtener

$$v_1 = +L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$
$$v_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

Bobinas acopladas magnéticamente (cont)

Determina las expresiones de v_1 , v_2 y v_3 (Contesta en goo.gl/6krddS)



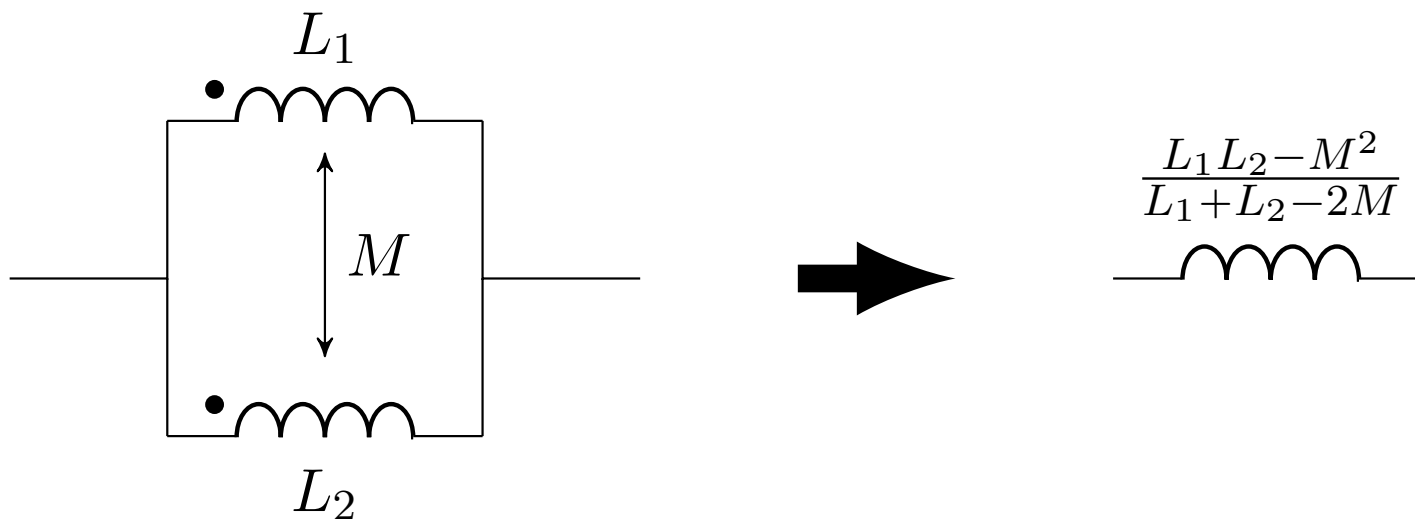
$$\begin{aligned}
 v_1 &= \boxed{s_1} L_1 \frac{di_1}{dt} & \boxed{s_2} M_{12} \frac{di_2}{dt} & \boxed{s_3} M_{13} \frac{di_3}{dt} \\
 v_2 &= \boxed{s_4} M_{12} \frac{di_1}{dt} & \boxed{s_5} L_2 \frac{di_2}{dt} & \boxed{s_6} M_{23} \frac{di_3}{dt} \\
 v_3 &= \boxed{s_7} M_{13} \frac{di_1}{dt} & \boxed{s_8} M_{23} \frac{di_2}{dt} & \boxed{s_9} L_3 \frac{di_3}{dt}
 \end{aligned}$$

Bobinas acopladas magnéticamente (cont)

- Bobinas acopladas en serie

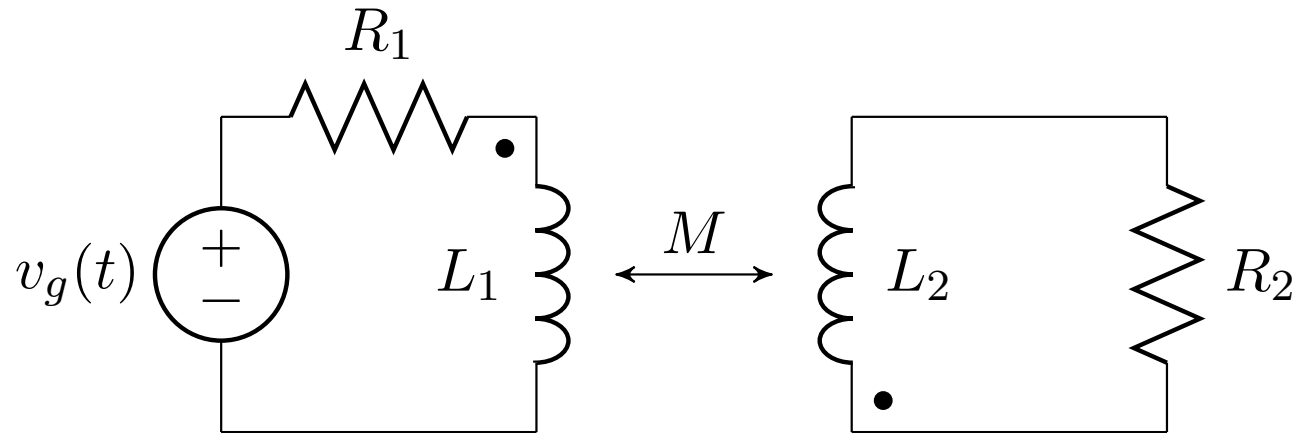


- Bobinas en paralelo

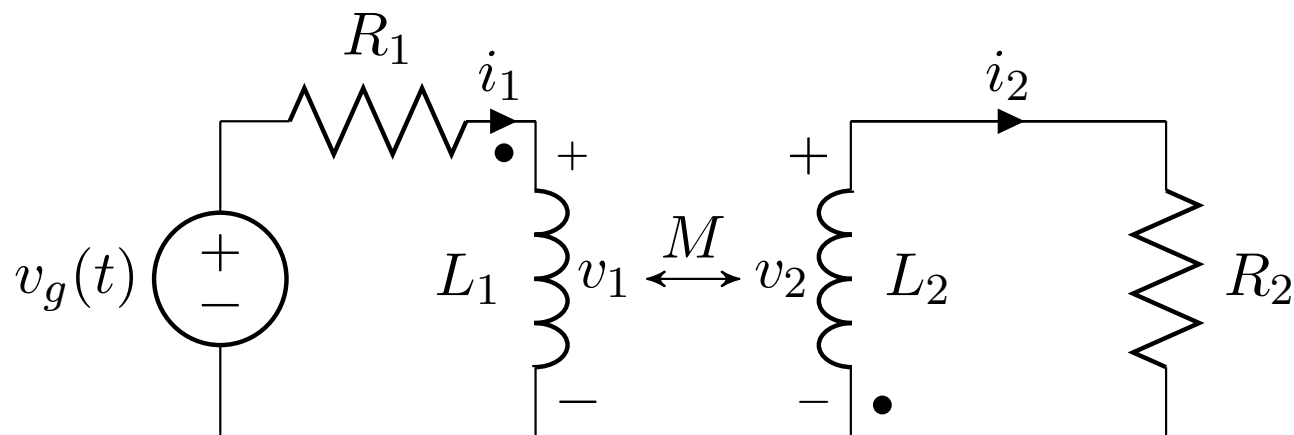


Circuitos con bobinas acopladas magnéticamente

Escribe el sistema de ecuaciones diferenciales del siguiente circuito



- 1) Elegimos arbitrariamente sentidos de tensión e intensidades de las bobinas



Circuitos con bobinas acopladas magnéticamente (cont)

- 2) Escribimos las ecuaciones de las bobinas como hemos hecho anteriormente

$$v_1 = +L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$
$$v_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

- 3) Planteamos las ecuaciones de malla

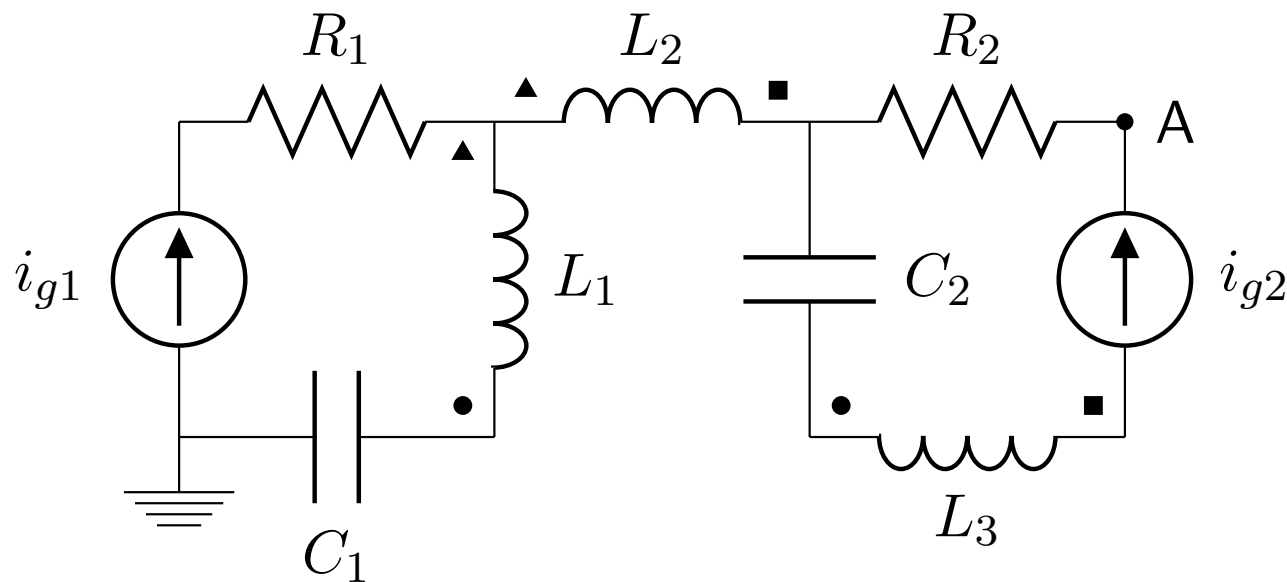
$$v_g(t) = R_1 i_1 + v_1$$
$$v_2 = R_2 i_2$$

- 4) Sustituimos las tensiones de las bobinas acopladas

$$v_g(t) = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$
$$- L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = R_2 i_2$$

Ejercicio 6-8

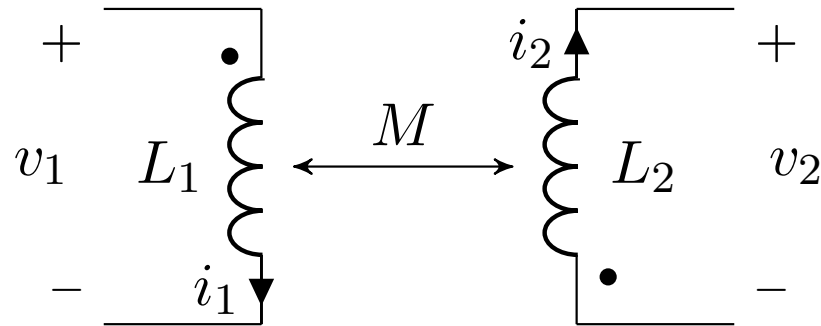
Sabiendo que el coeficiente de acoplamiento de las bobinas es 0,5, calcula la tensión [V] en el nudo A para $t = 1\text{s}$. La energía inicial almacenada en el circuito es nula.



Datos: $i_{g1} = \sin 2\pi t$ [A], $i_{g2} = \sin \pi t$ [A], $R_1 = \alpha$ [Ω], $R_2 = \beta$ [Ω], $L_1 = \gamma$ [H], $L_2 = \delta$ [H], $L_3 = \epsilon$ [H], $C_1 = \eta$ [F], $C_2 = \theta$ [F]

Potencia en bobinas acopladas

Para determinar la energía almacenada en bobinas acopladas hacemos:



- 1) Calculamos la expresión de la potencia consumida por todas las bobinas

$$p(t) = v_1 i_1 - v_2 i_2$$

- 2) Sustituimos las expresiones de las tensiones

$$p(t) = \left(+L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \right) i_1 - \left(-L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} \right) i_2$$

Potencia en bobinas acopladas (cont)

3) Calculamos la energía haciendo la integral

$$w(t) = \int_{t_0}^t p(t)dt = \int_{t_0}^t (L_1 i_1 di_1 + L_2 i_2 di_2 + M (i_1 di_2 + i_2 di_1)) = \\ \frac{1}{2} L_1 (i_1^2(t) - i_1^2(t_0)) + \frac{1}{2} L_2 (i_2^2(t) - i_2^2(t_0)) + M (i_1(t)i_2(t) - i_1(t_0)i_2(t_0))$$

Si $i_1(t_0) = i_2(t_0) = 0$

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2(t) + \frac{1}{2} L_2 i_2^2(t) + M i_1(t) i_2(t)$$

4) El signo del último término depende de los terminales correspondientes!!

Ejercicio 6-9*

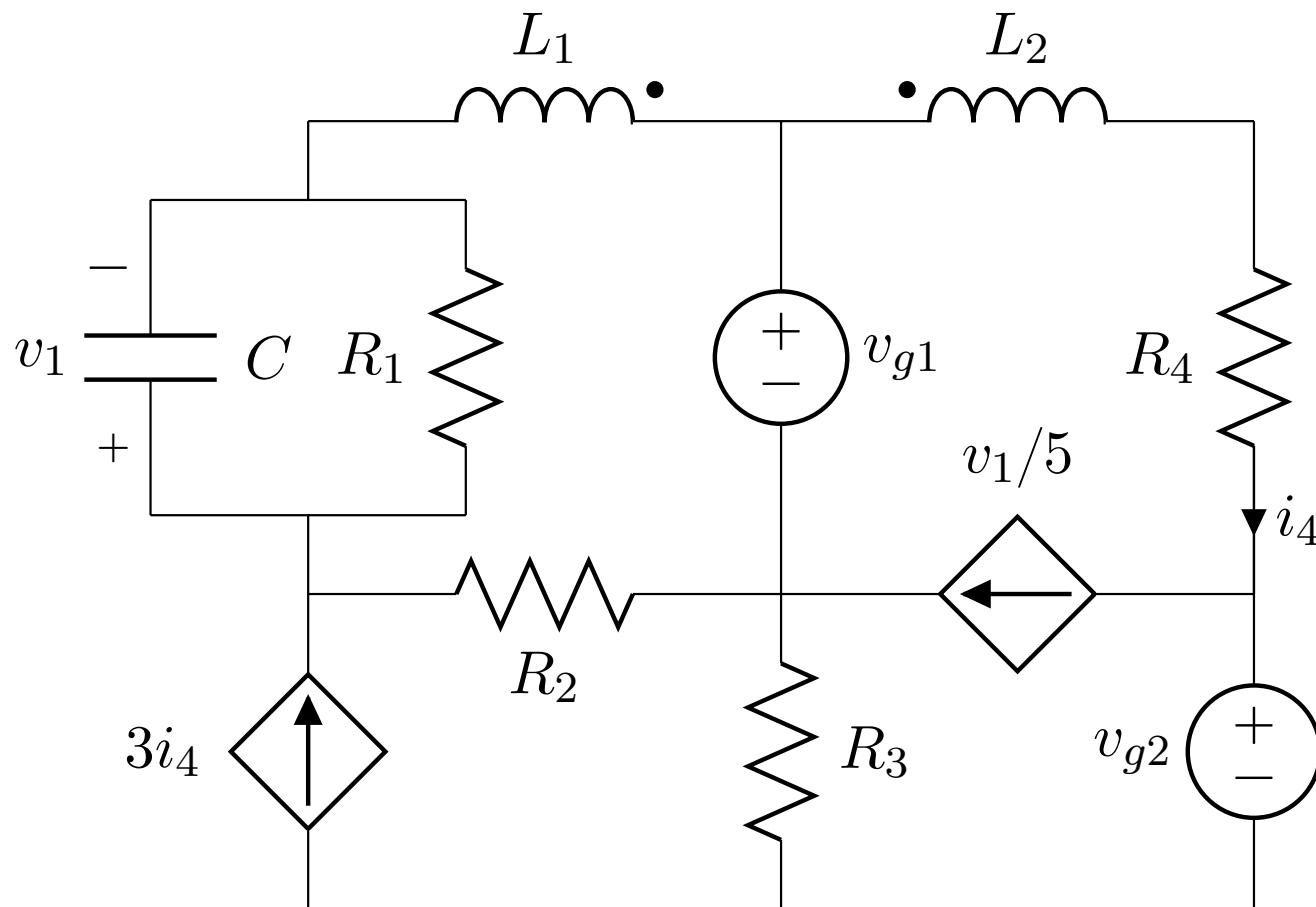
Las fuentes del circuito son de corriente continua. El coeficiente de acoplamiento es $k = 0,8$. Resuelve usando mallas y calcula:

a) v_1 [V]

b) i_4 [A]

c) w_C [J]

d) $w_{L_1+L_2}$ [J]



$$v_{g1} = 10 + \alpha \text{ [V]}$$

$$v_{g2} = 20 + \beta \text{ [V]}$$

$$R_1 = \gamma \text{ } [\Omega]$$

$$R_2 = \delta \text{ } [\Omega]$$

$$R_3 = \epsilon \text{ } [\Omega]$$

$$R_4 = \eta \text{ } [\Omega]$$

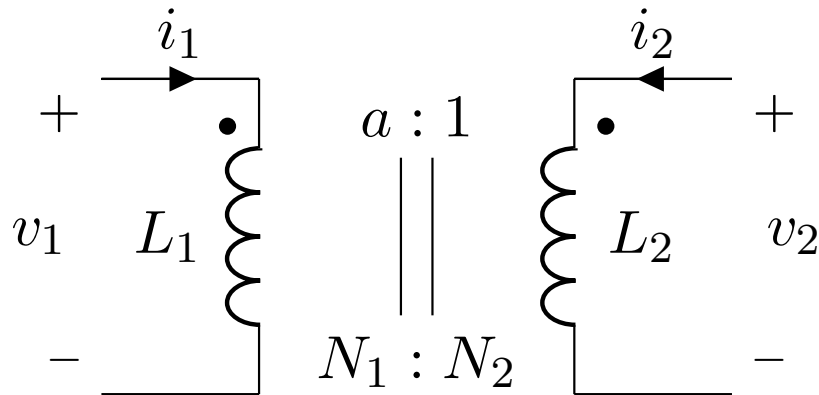
$$C = \theta \text{ [F]}$$

$$L_1 = \kappa \text{ [H]}$$

$$L_2 = \lambda \text{ [H]}$$

Transformador ideal

- Está formado por dos bobinas acopladas magnéticamente con N_1 y N_2 espiras, respectivamente
- La relación de transformación se define como $a = \frac{N_1}{N_2}$
- El coeficiente de acoplamiento entre las bobinas es la unidad $k = 1$
- El coeficiente de autoinducción es infinito $L_1 = L_2 = \infty$
- Para esas condiciones se demuestra que



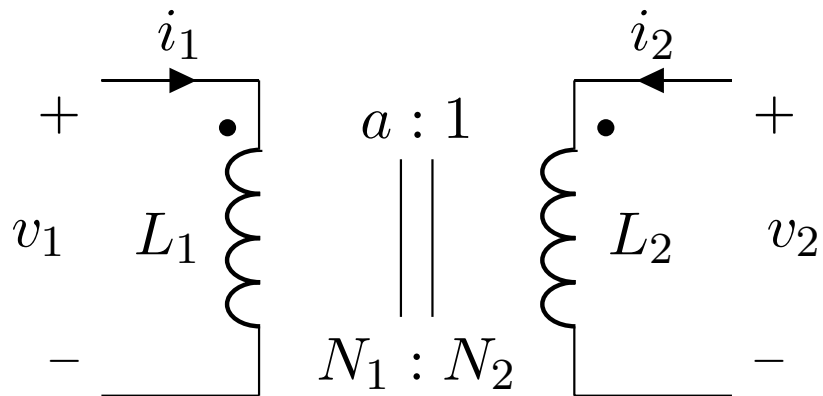
$$a = \frac{v_1}{v_2}$$
$$a = \frac{-i_2}{i_1}$$

- No hay pérdidas de potencia, es decir, la potencia de entrada del primario es igual a la potencia de salida del secundario

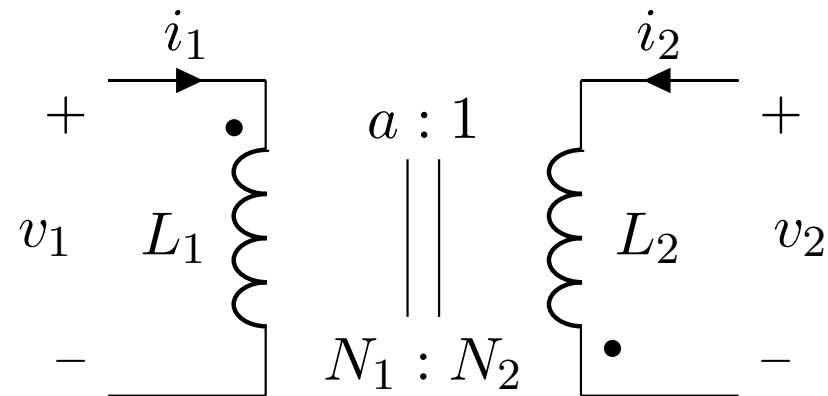
$$v_1(t)i_1(t) = -v_2(t)i_2(t)$$

- Los transformadores solo tienen sentido si hay variación del flujo magnético con respecto al tiempo

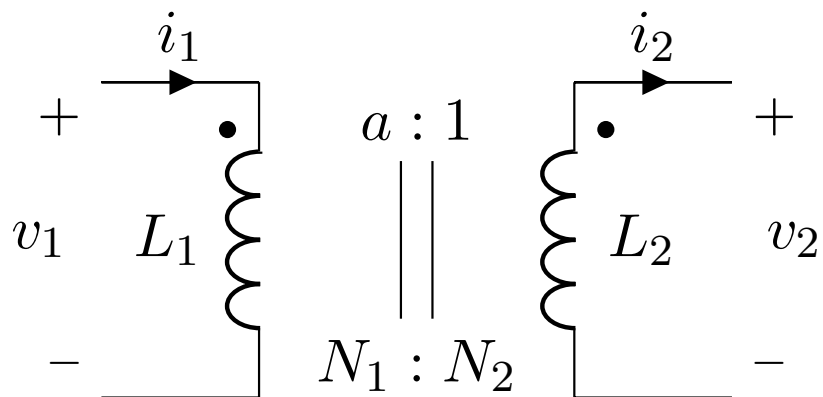
Transformador ideal (cont)



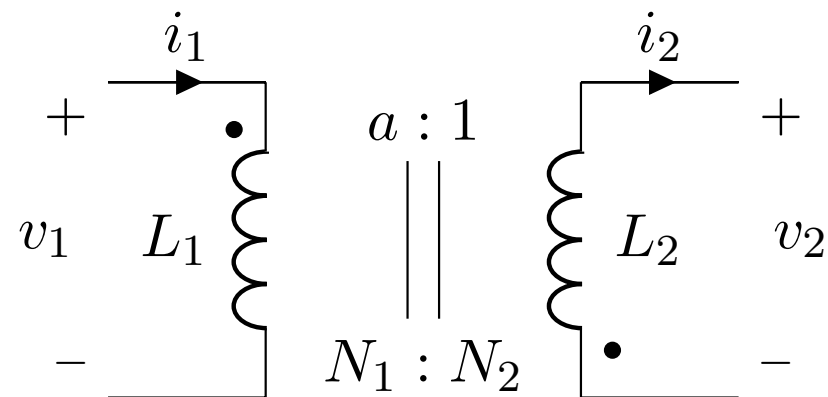
$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{-i_2}{i_1}$$



$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{-v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1}$$



$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1}$$



$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{-v_1}{v_2} = \frac{-i_2}{i_1}$$

Ejercicio 6-10

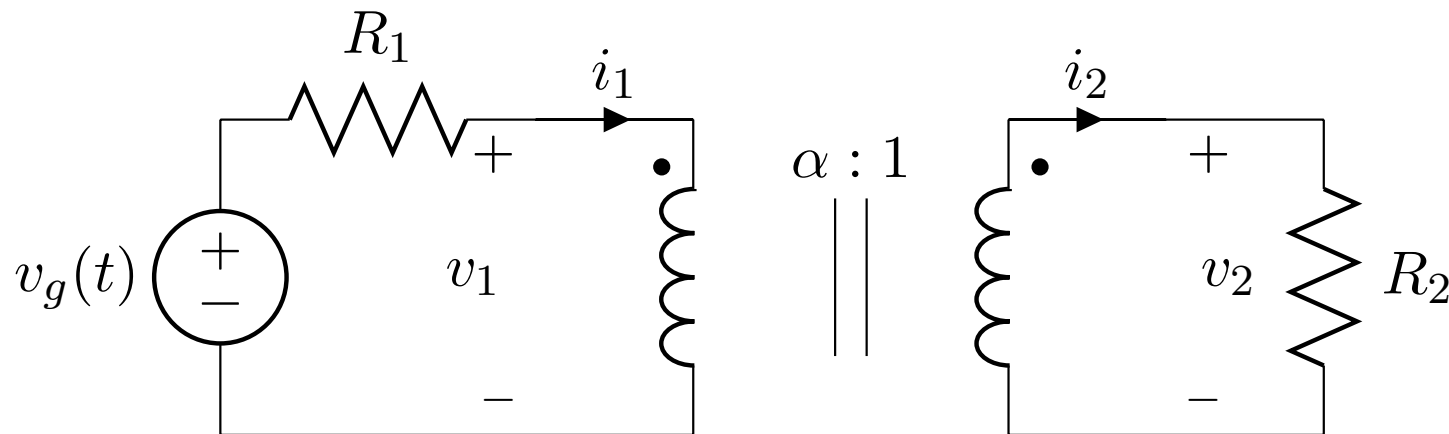
Para el circuito de la figura calcula las siguientes intensidades en [mA]

a) $i_1(t = \frac{\pi}{2})$ con $v_g(t) = \beta \sin t$

c) $i_1(t = \frac{\pi}{2})$ con $v_g(t) = \epsilon$

b) $i_2(t = \frac{\pi}{2})$ con $v_g(t) = \beta \sin t$

d) $i_2(t = \frac{\pi}{2})$ con $v_g(t) = \epsilon$



Datos: $R_1 = \gamma \text{ } [\Omega]$, $R_2 = \delta \text{ } [\Omega]$

Solución 6-10

1) Escribimos las ecuaciones del transformador ideal

$$\frac{v_1}{v_2} = 9 \qquad \frac{i_2}{i_1} = 9$$

2) Escribimos las dos ecuaciones de malla

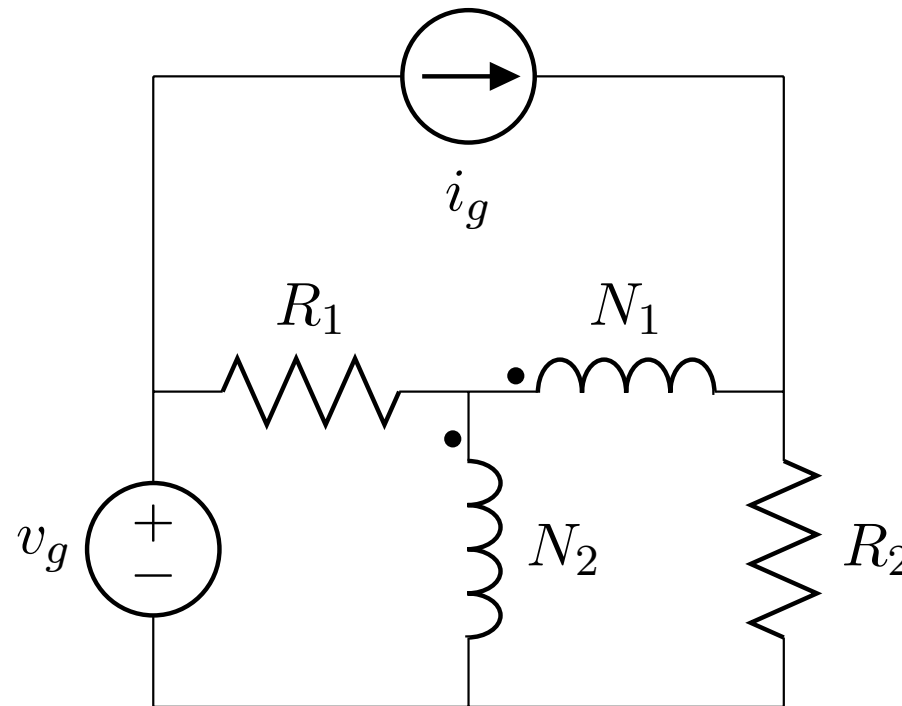
$$\begin{aligned} v_g &= R_1 i_1 + v_1 \implies 5 \sin t = 8i_1 + v_1 \\ v_2 &= R_2 i_2 \implies v_2 = 1i_2 \end{aligned}$$

3) Resolvemos el sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas

$$\begin{aligned} i_1(t) &= 56,18 \sin t \text{ [mA]} \\ i_2(t) &= 505,62 \sin t \text{ [mA]} \end{aligned}$$

Ejercicio 6-11

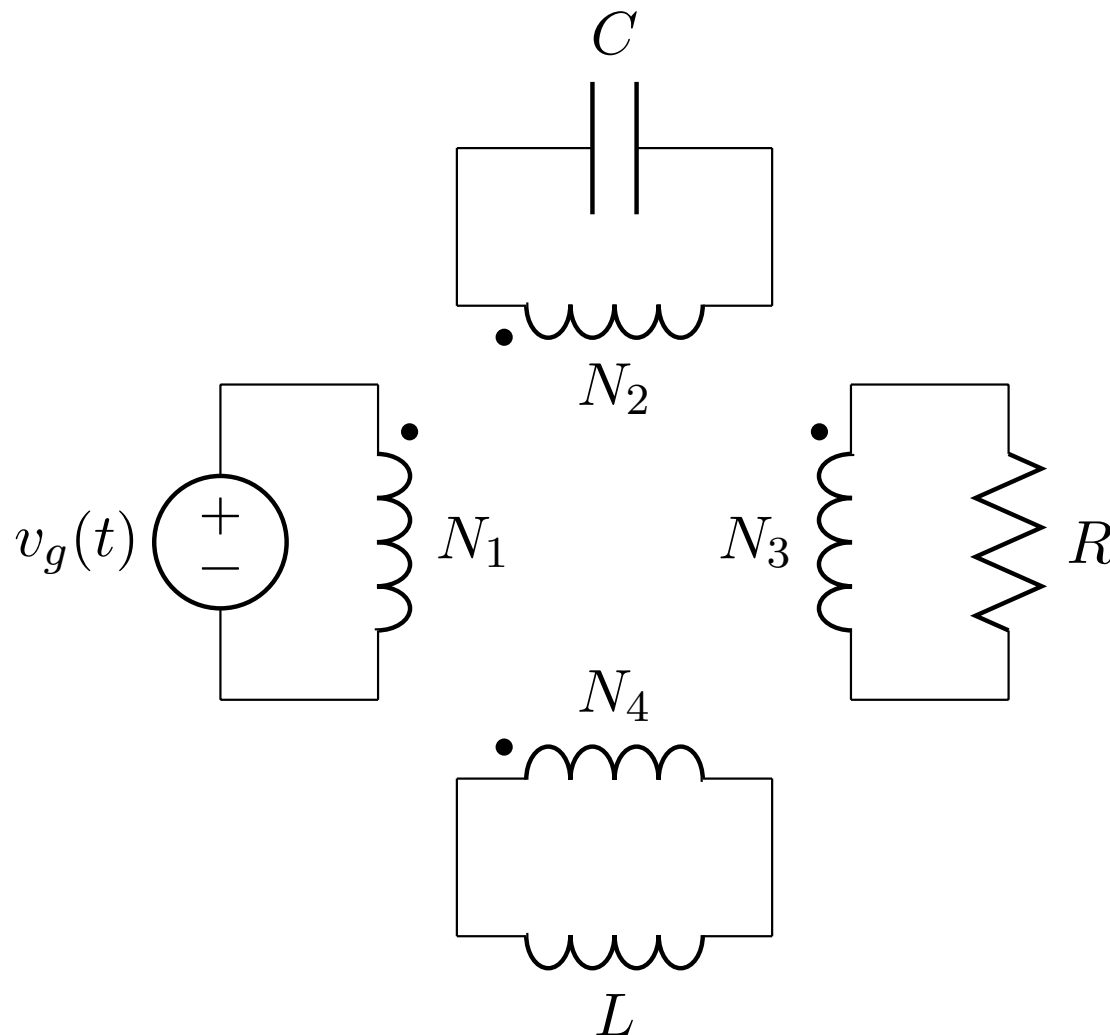
Las bobinas acopladas de la figura forman un transformador perfecto, con una relación de transformación $a = \frac{N_1}{N_2} = \theta$. Calcula la potencia consumida [W] por las dos resistencias del circuito para $t = \alpha$ s.



Datos: $v_g(t) = \beta \sin^2 t$, $i_g(t) = \gamma \sin^2 t$, $R_1 = \delta$ [Ω], $R_2 = \epsilon$ [Ω]

Ejercicio 6-12

Las cuatro bobinas forman un transformador ideal. Calcula la potencia cedida por la fuente para $t = 1\text{s}$.



$$N_1 = 100 \cdot \alpha$$

$$N_2 = 100 \cdot \beta$$

$$N_3 = 100 \cdot \gamma$$

$$N_4 = 100 \cdot \delta$$

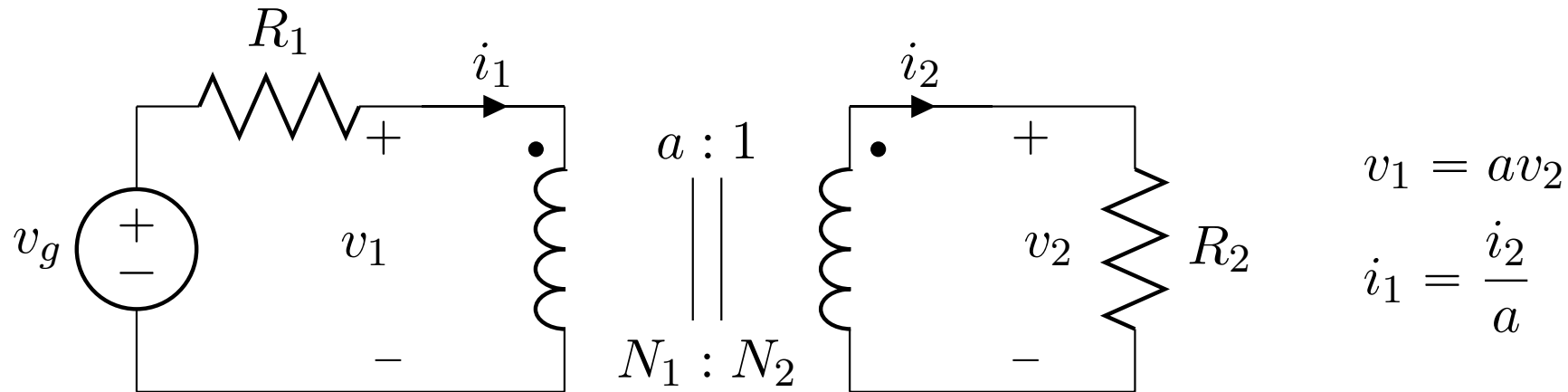
$$v_g(t) = 1 - e^{-t}$$

$$R = \epsilon \text{ } [\Omega]$$

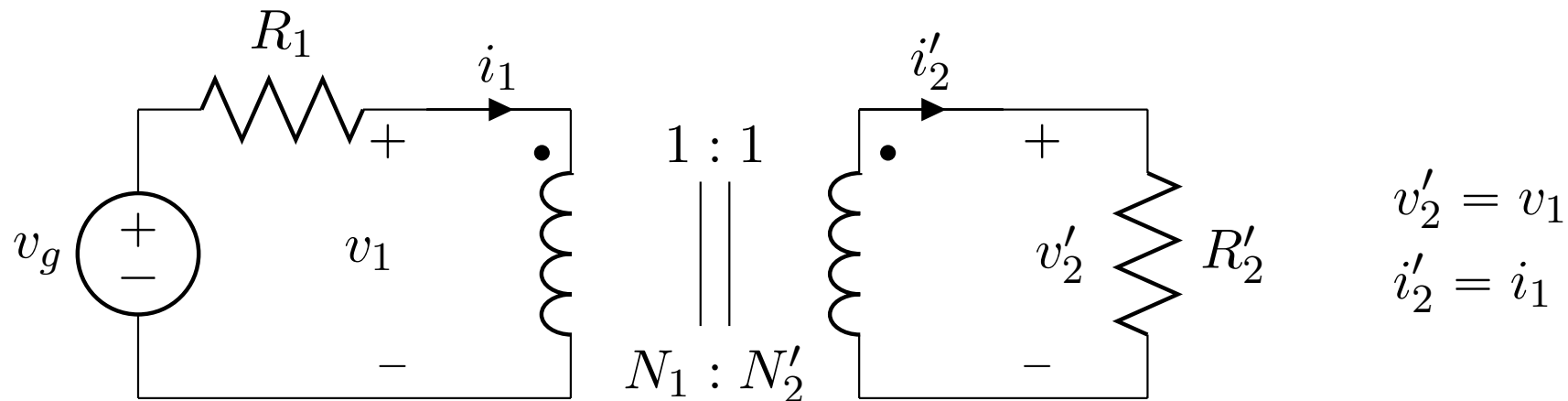
$$C = 0,1 \cdot \eta \text{ } [\text{F}]$$

$$L = \theta \text{ } [\text{H}]$$

Reducción de resistencia del secundario al primario

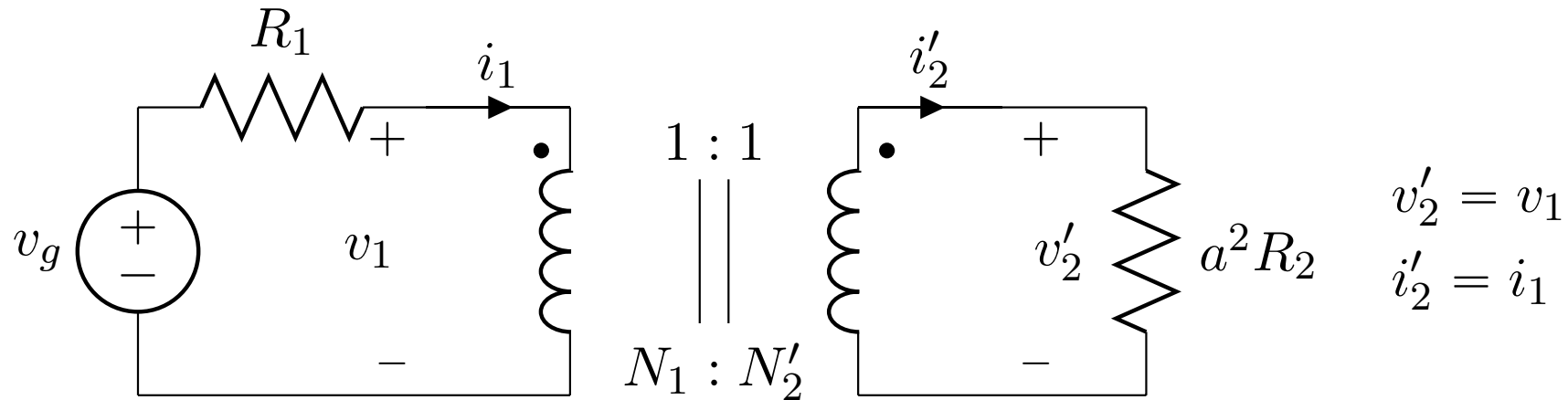


Sustituyo la bobina secundaria por otra con las mismas vueltas $N'_2 = N_1$

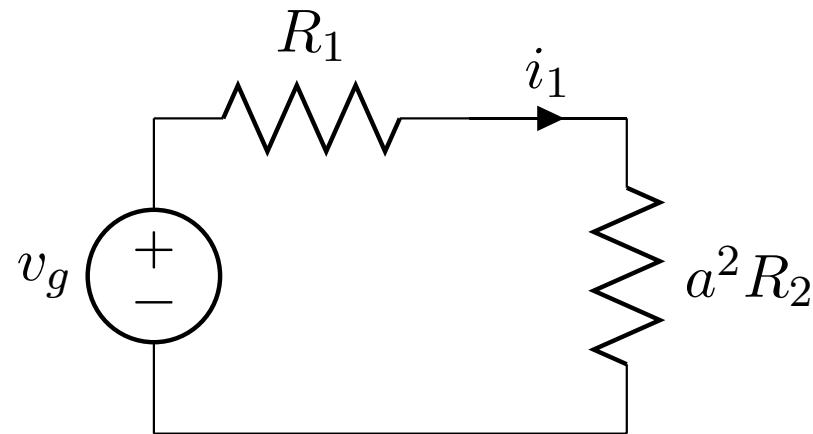


$$R'_2 = \frac{v'_2}{i'_2} = \frac{v_1}{i_1} = \frac{av_2}{i_2/a} = a^2 \frac{v_2}{i_2} = a^2 R_2 \implies \boxed{R'_2 = a^2 R_2}$$

Reducción de resistencia del secundario al primario (cont)



Como $v'_2 = v_1$ y $i'_2 = i_1$ obtengo el siguiente circuito equivalente



La potencia consumida por la resistencia $a^2 R_2$ es la misma que la consumida por la resistencia R_2 del circuito original