

Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

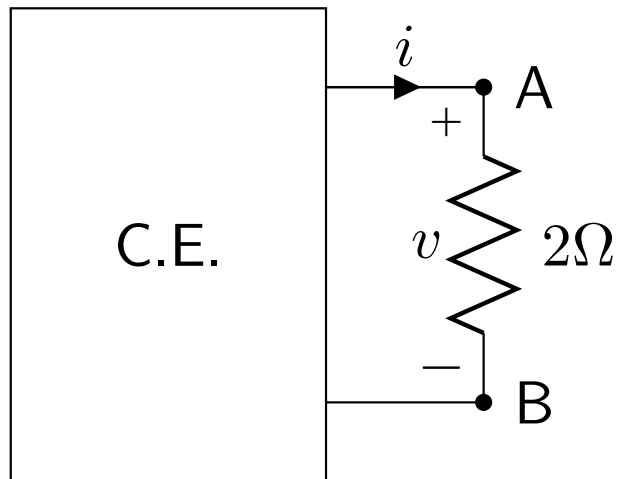
Tema 5: Teoremas

Contenidos

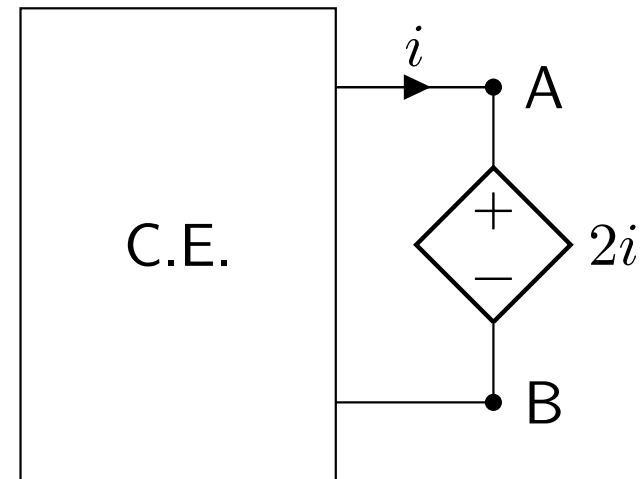
- Regla de sustitución
- Teorema linealidad
- Teorema superposición
- Teorema Thevenin
- Teorema Norton
- Teorema máxima transferencia potencia

Regla de sustitución

Si dos elementos tienen igual relación $v = f(i)$, entonces pueden intercambiarse en un circuito, sin que varíen las tensiones e intensidades del mismo. Por ejemplo, las ecuaciones de los dos circuitos de abajo son exactamente las mismas.



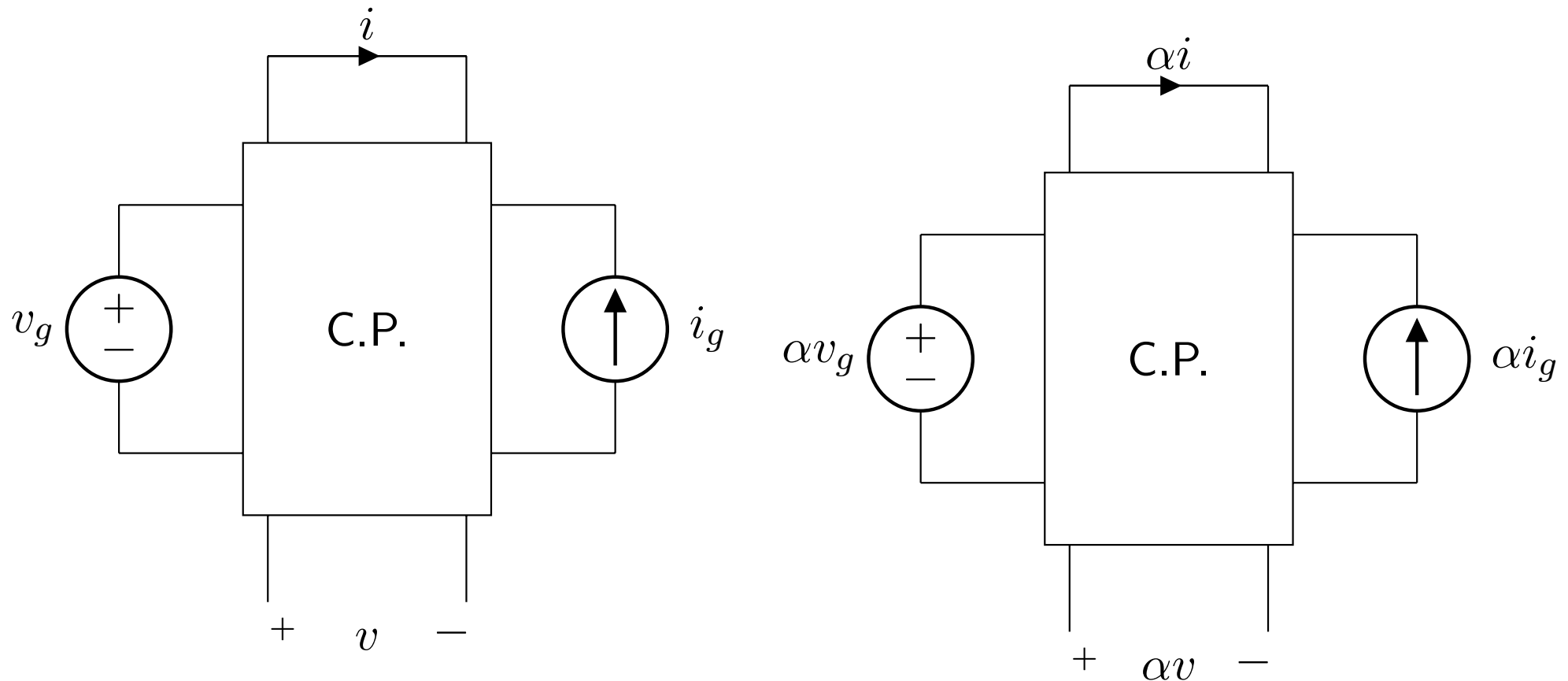
$$v = 2 \cdot i$$



$$v = 2 \cdot i$$

Teorema de linealidad

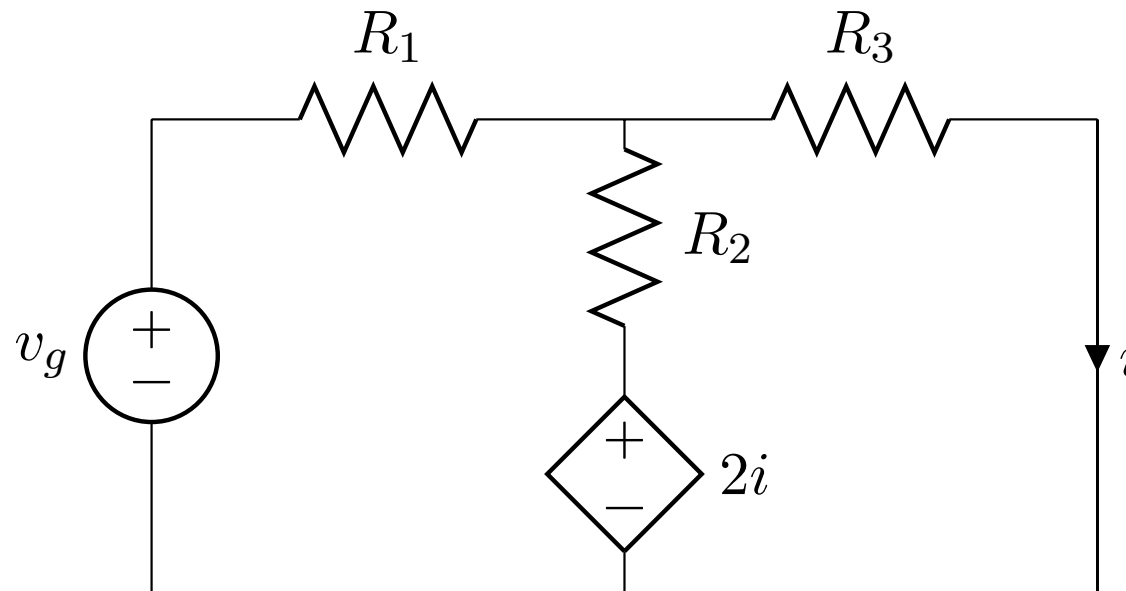
Si en un circuito lineal se multiplican los valores de todas las fuentes de excitación independientes por una constante, su respuesta a estado inicial cero (bobinas y condensadores sin energía) queda multiplicada por la misma constante. El circuito puede incluir fuentes dependientes.



Ejercicio 5-1

Dado el circuito de la figura usa el teorema de linealidad para calcular

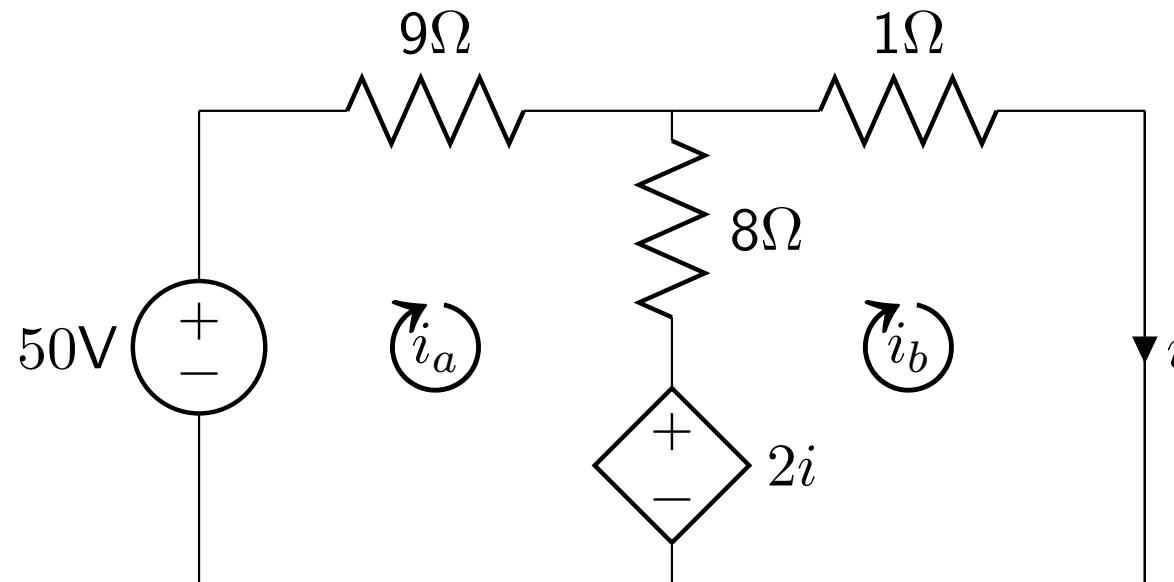
a) i con $v_g = 10 \cdot \beta[\text{V}]$ b) i con $v_g = 20 \cdot \beta[\text{V}]$ c) i con $v_g = 10 \cdot \gamma[\text{V}]$



Datos: $R_1 = \alpha[\Omega]$, $R_2 = \gamma[\Omega]$, $R_3 = \delta[\Omega]$

Solución 5-1

Resolvemos primero para $v_g = 50$ [V] usando mallas



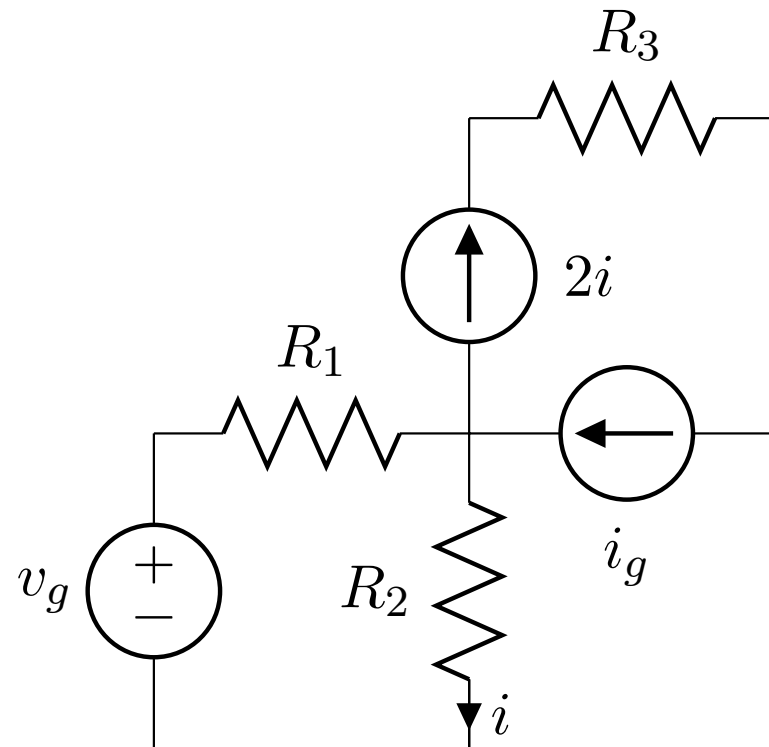
$$\left. \begin{aligned} 50 &= 9i_a + 8(i_a - i_b) + 2i_b \\ 2i_b &= 8(i_b - i_a) + i_b \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} 17 & -6 \\ -8 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} i_a = 4,93 \\ i_b = 5,63 \end{cases}$$

Para $v_g = 100$, multiplicamos la intensidad por 2, $i_b = 2 \cdot 5,63 = 11,26$

Para $v_g = 80$, multiplicamos la intensidad por 0.8, $i_b = 1,6 \cdot 5,63 = 9,01$

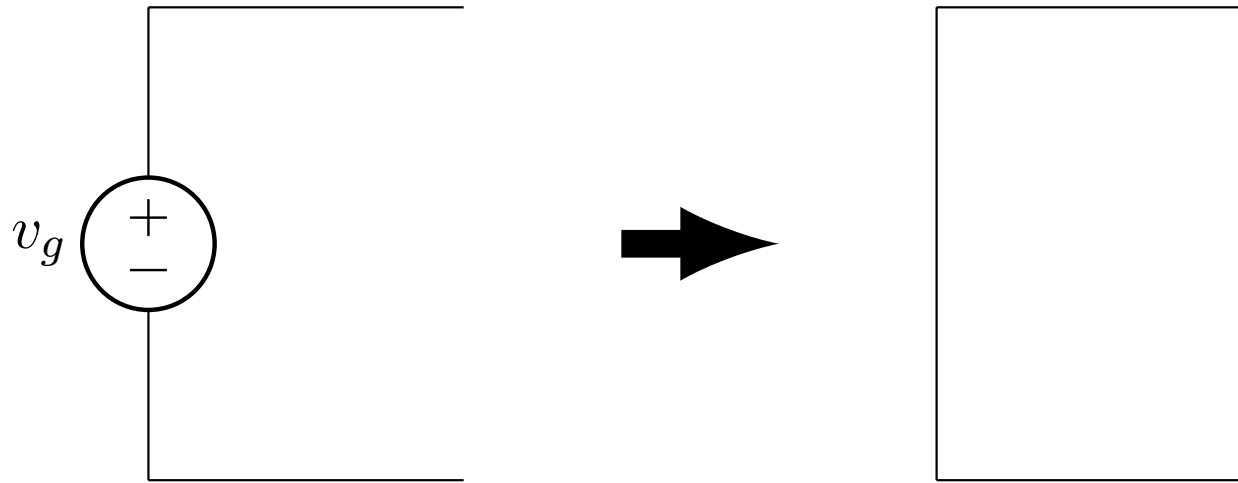
Ejercicio 5-2

Para $v_g = 10 \cdot \epsilon$ [V] y $i_g = \kappa$ [A] la fuente de tensión está generando $100 \cdot \lambda$ [W]. Calcula la intensidad i para $v_g = 5 \cdot \epsilon$ [V] y $i_g = \kappa/2$ [A]

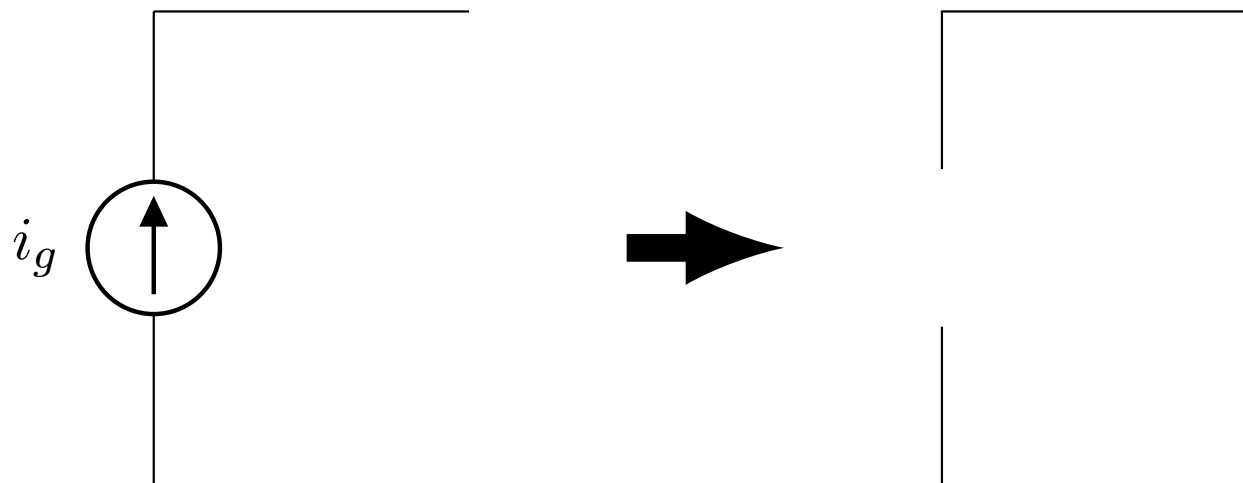


Desactivación de fuentes independientes

Fuente de tensión independiente

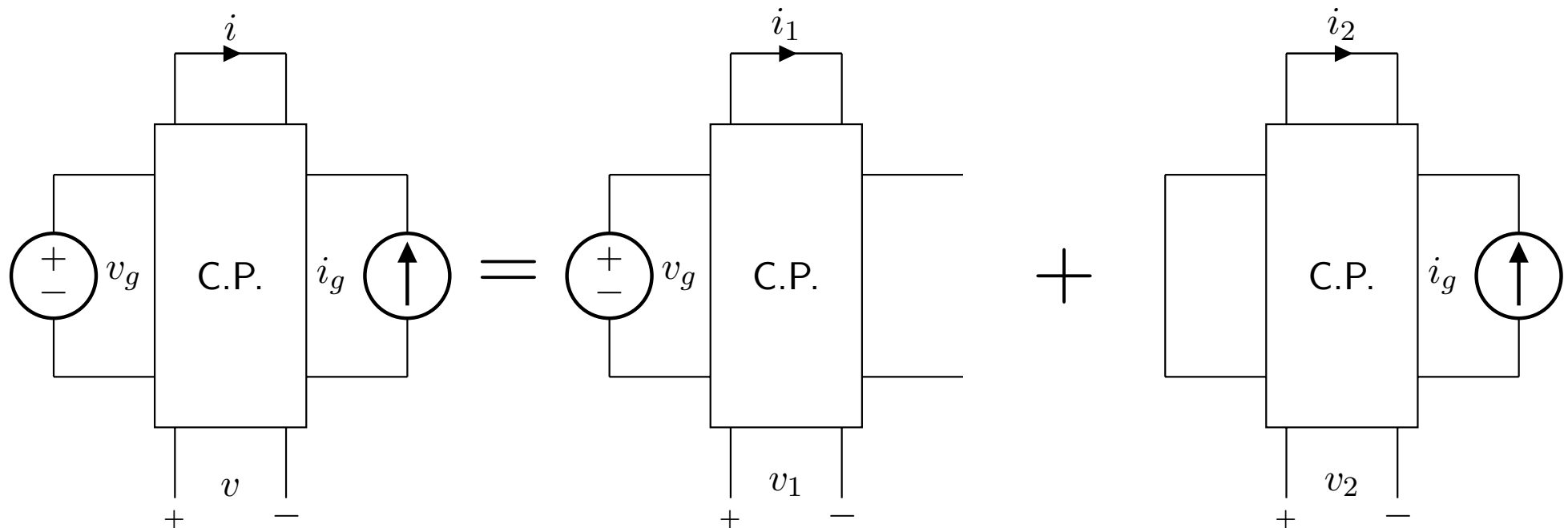


Fuente de intensidad independiente



Teorema superposición

Si un circuito se energiza mediante N fuentes independientes, las tensiones o corrientes del mismo pueden obtenerse como la suma de las correspondientes tensiones o corrientes de cada uno de los circuitos que se obtienen desactivando $N - 1$ fuentes independientes en el circuito original



$$i = i_1 + i_2$$

$$v = v_1 + v_2$$

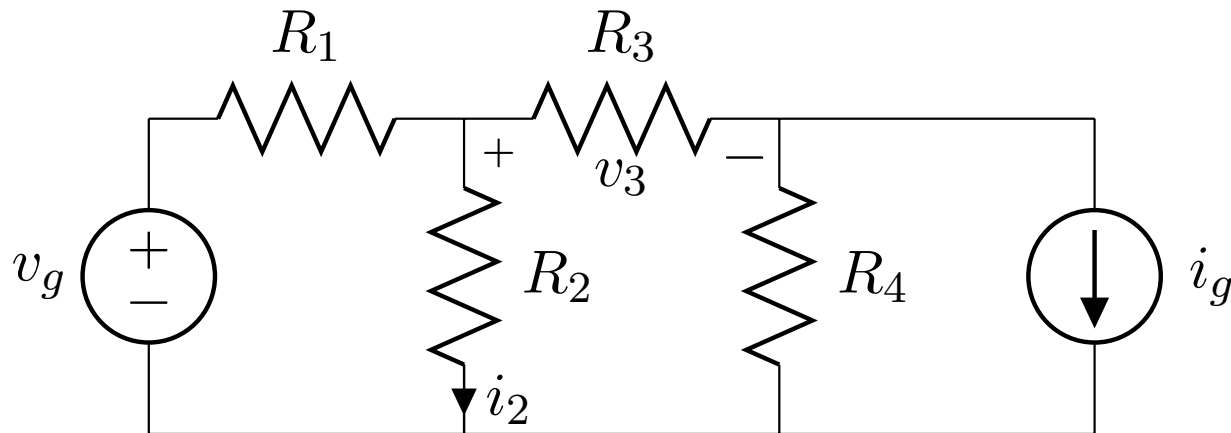
Teorema superposición (cont)

- A veces la aplicación del principio de superposición simplifica los cálculos y otras veces no
- El teorema de superposición es aplicable para el cálculo de tensiones y corrientes, pero no para calcular potencia
- Las fuentes independientes y dependientes solo pueden aparecer activas en uno de los subproblemas
- Las resistencias aparecen en todos los subcircuitos
- Puedes aplicar descomposición agrupando las fuentes de diferentes maneras
- Puedes combinar el teorema de superposición con el teorema de linealidad
- Solo sirve para circuitos lineales!!

Ejercicio 5-3

Usa el teorema de superposición para calcular

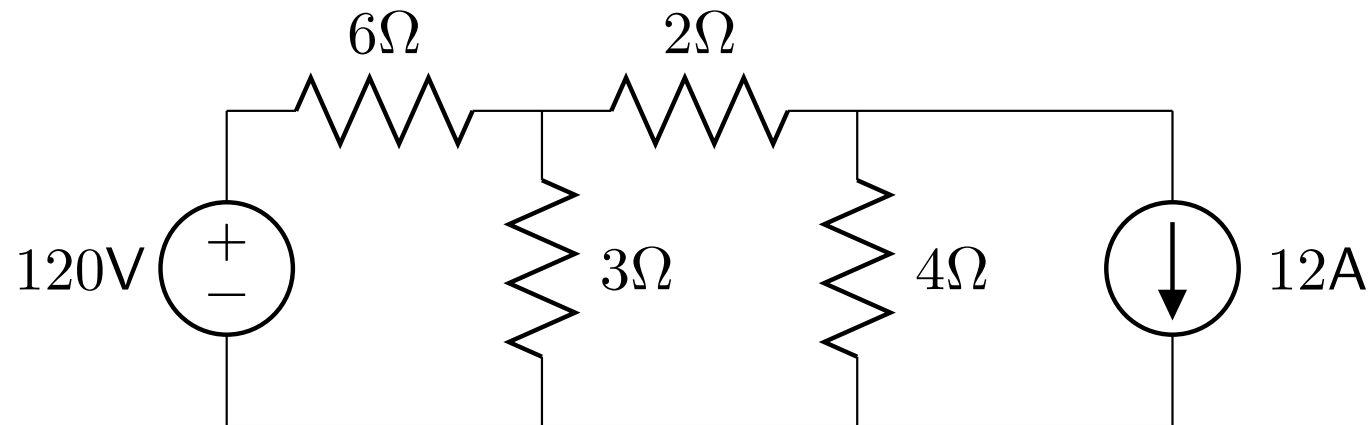
- a) i_2 [A] b) v_3 [V] c) P_{v_g} [W,gen] d) P_{R_4} [W,con]



Datos: $v_g = 100 + 10 \cdot \epsilon$ [V], $i_g = 10 + \epsilon$ [A], $R_1 = \lambda$ [Ω], $R_2 = \theta$ [Ω], $R_3 = \epsilon$ [Ω], $R_4 = \kappa$ [Ω]

Solución 5-3

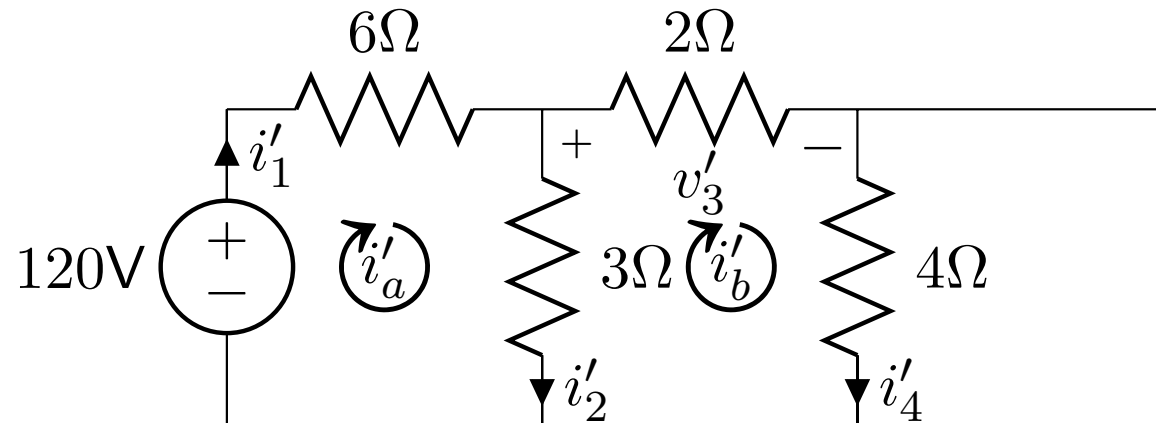
El circuito original es



Aplicamos el teorema de superposición y resolvemos dos problemas más simples

Solución 5-3 (cont)

Resuelvo el circuito con la fuente de tensión y pasivo la fuente de intensidad



$$\begin{pmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i'_a \\ i'_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} i'_a \\ i'_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$i'_1 = 15$$

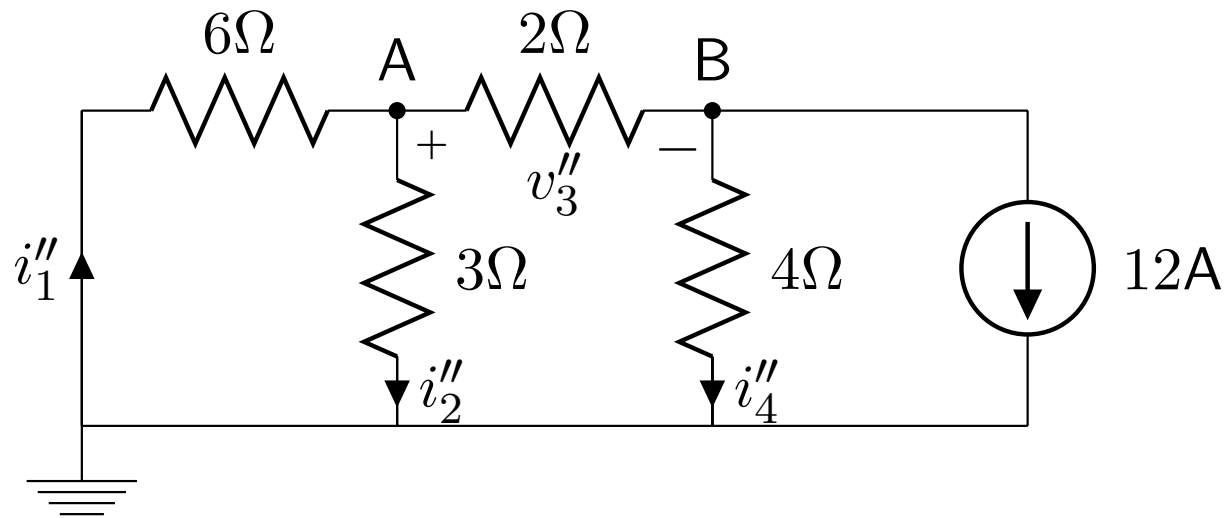
$$i'_2 = 15 - 5 = 10$$

$$i'_4 = 5$$

$$v'_3 = 5 \cdot 2 = 10$$

Solución 5-3 (cont)

Resuelvo el circuito con la fuente de intensidad y pasivo la fuente de tensión



$$\begin{pmatrix} \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v''_A \\ v''_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} v''_A \\ v''_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -24 \end{pmatrix}$$

$$i''_1 = \frac{0 - v''_A}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$i''_2 = \frac{v''_A - 0}{3} = \frac{-12}{3} = -4$$

$$i''_4 = \frac{v''_B - 0}{4} = \frac{-24}{4} = -6$$

$$v''_3 = v''_A - v''_B = -12 - (-24) = 12$$

Solución 5-3 (cont)

Sumo los resultados de cada subproblema para calcular las tensiones e intensidad del circuito original

$$i_1 = i'_1 + i''_1 = 15 + 2 = 17 \text{ [A]}$$

$$i_2 = i'_2 + i''_2 = 10 - 4 = 6 \text{ [A]}$$

$$i_4 = i'_4 + i''_4 = 5 - 6 = -1 \text{ [A]}$$

$$v_3 = v'_3 + v''_3 = 10 + 12 = 22 \text{ [V]}$$

La potencia cedida por la fuente de tensión será:

$$P_{vg} = 120i_1 = 120 \cdot 17 = 2040 \text{ [W,gen]}$$

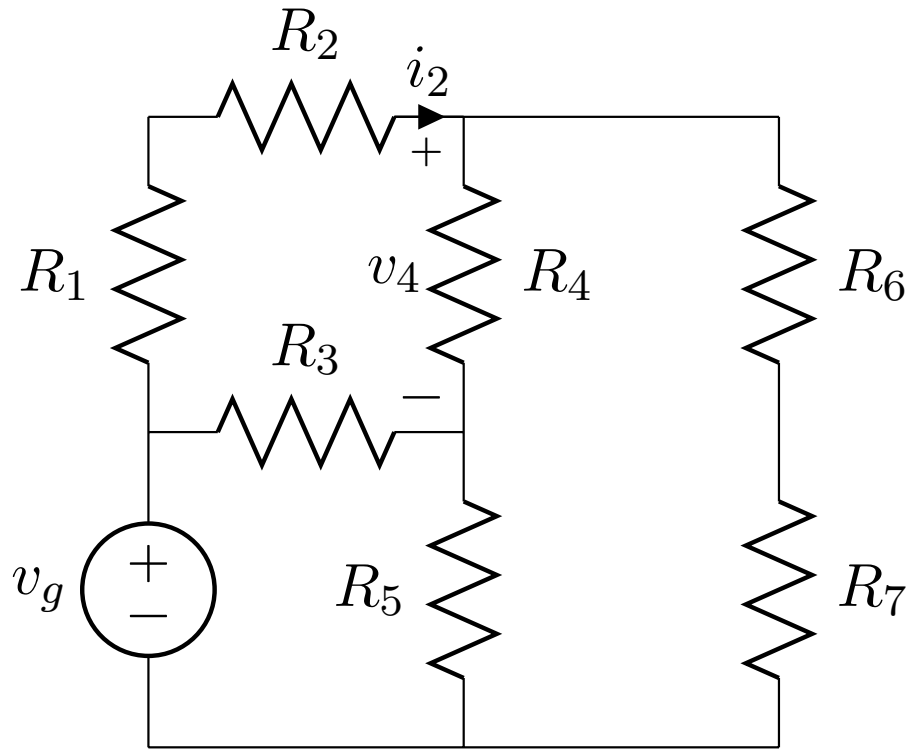
La potencia consumida por R_4 es

$$P_{R4} = R_4 \cdot i_4^2 = 4 \cdot (-1)^2 = 4 \text{ [W,con]}$$

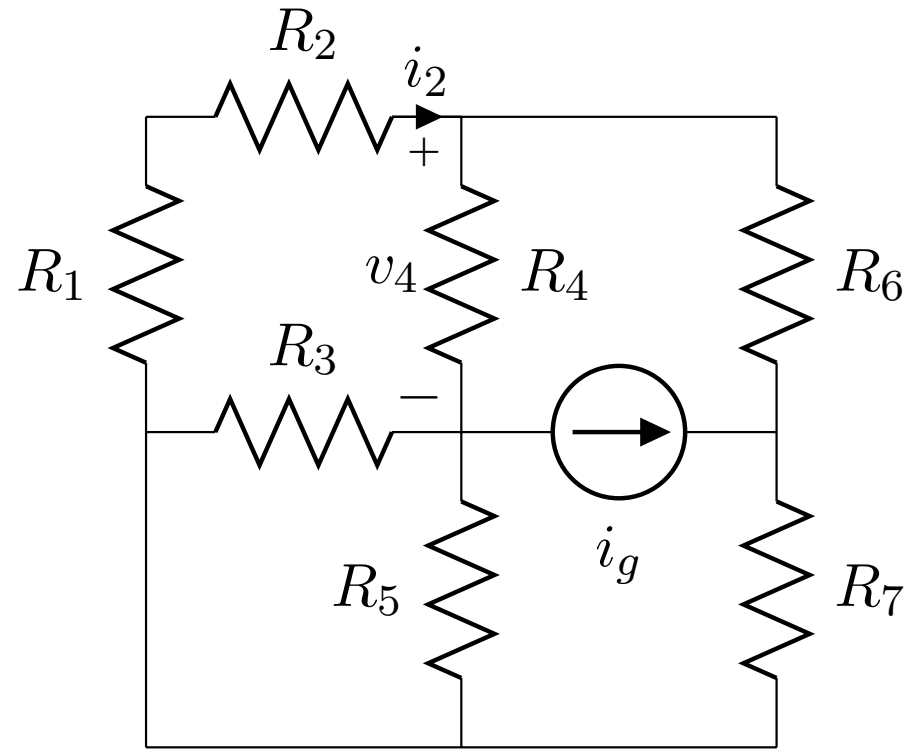
Ejercicio 5-4

En el circuito de la izquierda, con $v_g = 10 \cdot \alpha$ [V] se obtiene una intensidad $i_2 = \beta$ [A], una tensión $v_4 = \gamma$ [V]

En el circuito de la derecha, con $i_g = \epsilon$ [V] se obtiene una intensidad $i_2 = \eta$ [A], una tensión $v_4 = \theta$ [V]



Circuito 1



Circuito 2

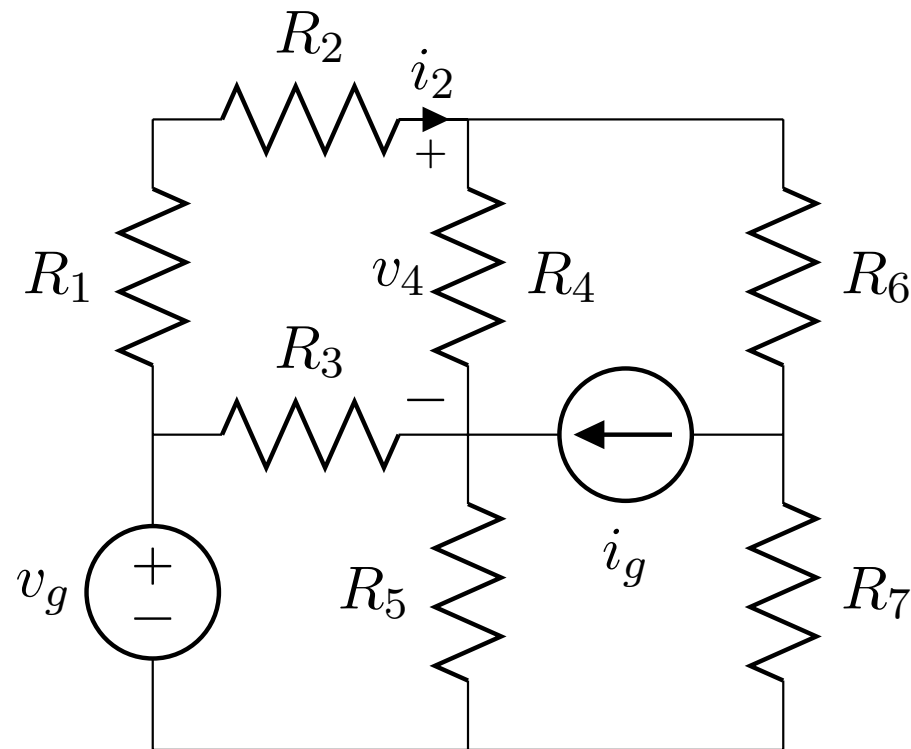
(continua en la transparencia siguiente)

Ejercicio 5-4 (cont)

Para el circuito de la figura calcula:

a) i_2 [A]

b) v_4 [V]



Circuito 3

Datos: $v_g = 10 \cdot \lambda$ [V], $i_g = \alpha$ [A]

Solución 5-4

Nos damos cuenta que los dos primeros circuitos son simplemente el resultado de aplicar el teorema de superposición al circuito completo

Circuito	v_g [V]	i_g [A]	i_2 [A]	v_4 [V]
1	90	-	5	8
2	-	2	7	3
3	60	-9	?	?

$$\text{Circuito 3} = \frac{60}{90} \cdot \text{Circuito 1} - \frac{9}{2} \cdot \text{Circuito 2}$$

$$i_2^{(3)} = \frac{60}{90} i_2^{(1)} - \frac{9}{2} i_2^{(2)} = \frac{60}{90} 5 - \frac{9}{2} 7 = -28,17 \text{ [A]}$$

$$v_4^{(3)} = \frac{60}{90} v_4^{(1)} - \frac{9}{2} v_4^{(2)} = \frac{60}{90} 8 - \frac{9}{2} 3 = -8,17 \text{ [V]}$$

Ejercicio 5-5

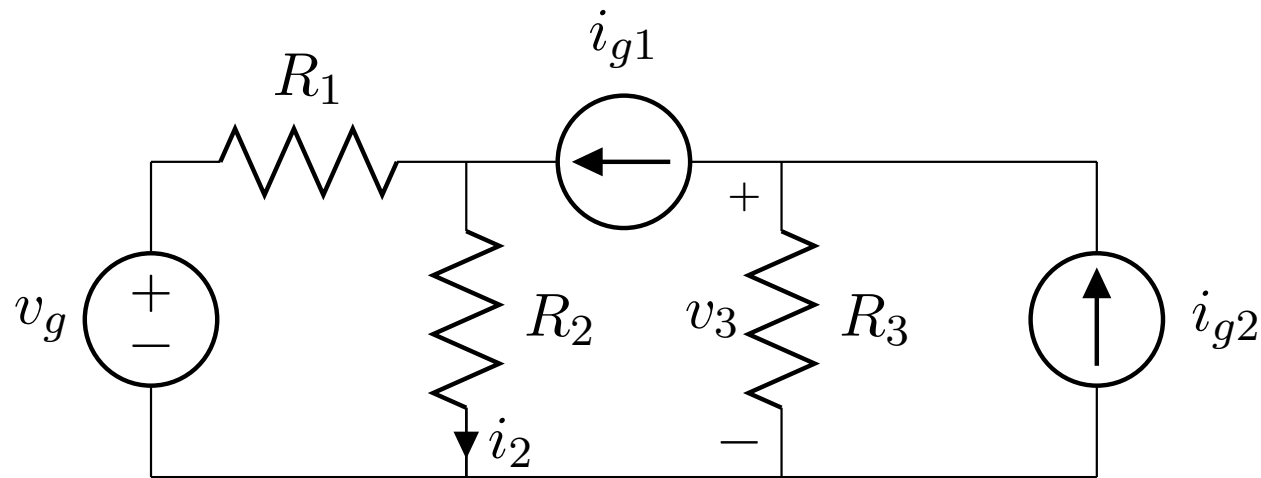
Resuelve el circuito usando el teorema de superposición y calcula

a) i_2 [A]

b) v_3 [V]

c) P_{v_g} [W,gen]

d) $P_{i_{g1}}$ [W,gen]



Datos:

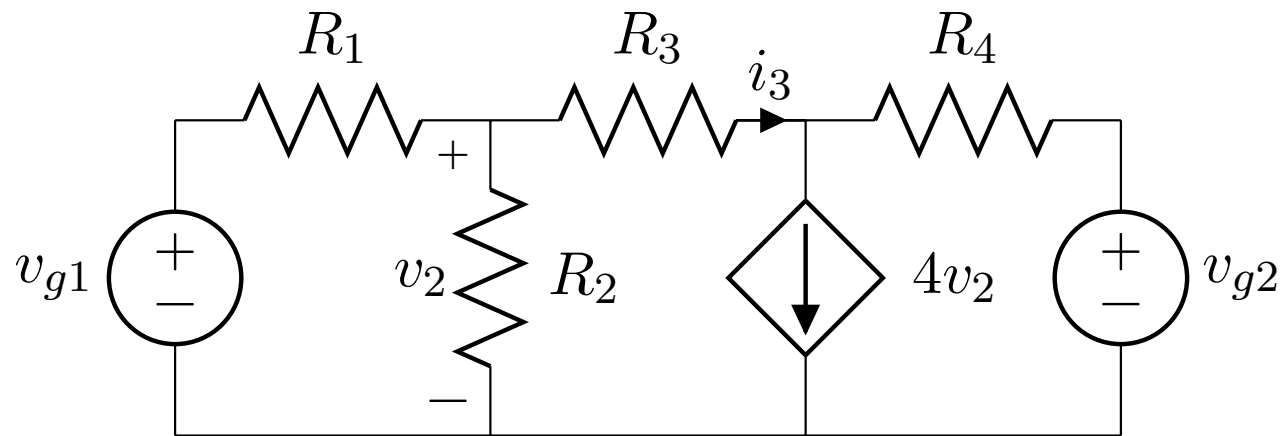
$$v_g = 10 \cdot \alpha [\text{V}], i_{g1} = \beta [\text{A}], i_{g2} = \gamma [\text{A}], R_1 = \delta [\Omega], R_2 = \epsilon [\Omega], R_3 = \eta [\Omega]$$

Ejercicio 5-6

Resuelve el siguiente circuito aplicando superposición y calcula:

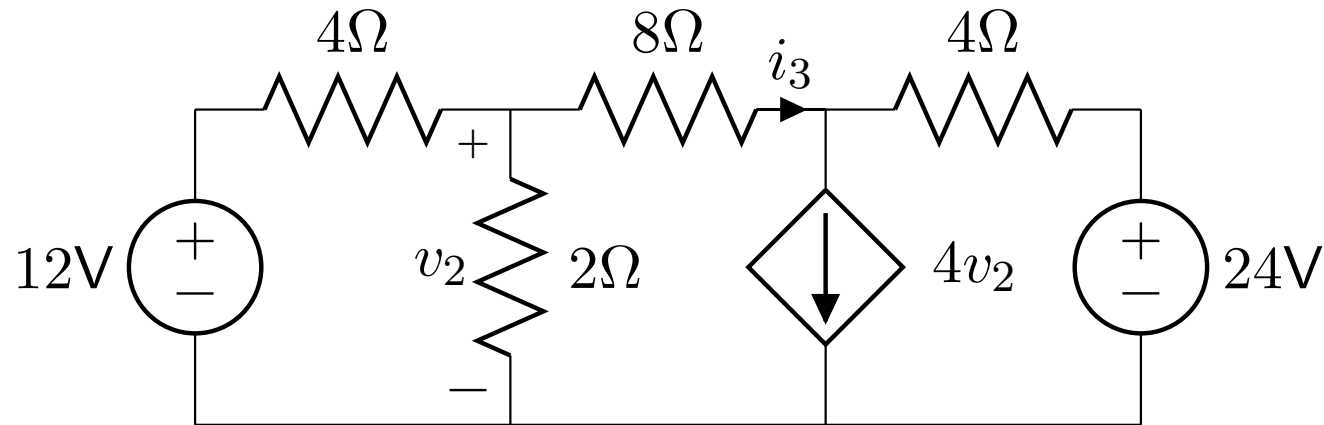
a) i_3 [A]

b) v_2 [V]



Datos: $v_{g1} = 10 + \epsilon$ [V], $v_{g2} = 20 + \kappa$ [V], $R_1 = \kappa$ [Ω], $R_2 = \epsilon$ [Ω], $R_3 = \gamma$ [Ω], $R_4 = \kappa$ [Ω]

Solución 5-6

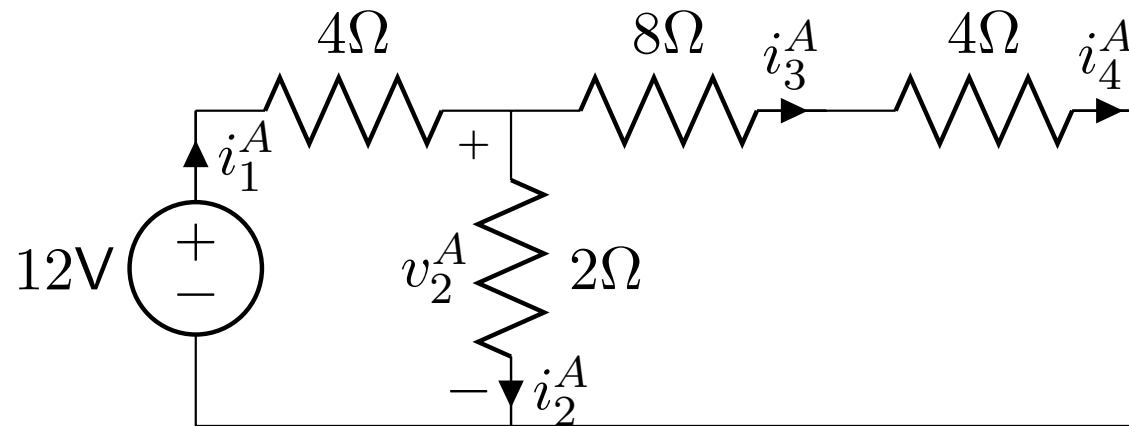


Vamos a resolver este circuito por los el método de superposición. Por lo tanto descomponemos el circuito en

- Circuito A: Fuente independiente de 12V
- Circuito B: Fuente independiente de 24V
- Circuito C: Fuente dependiente de $4v_2$

Solución 5-6 (cont)

Circuito A

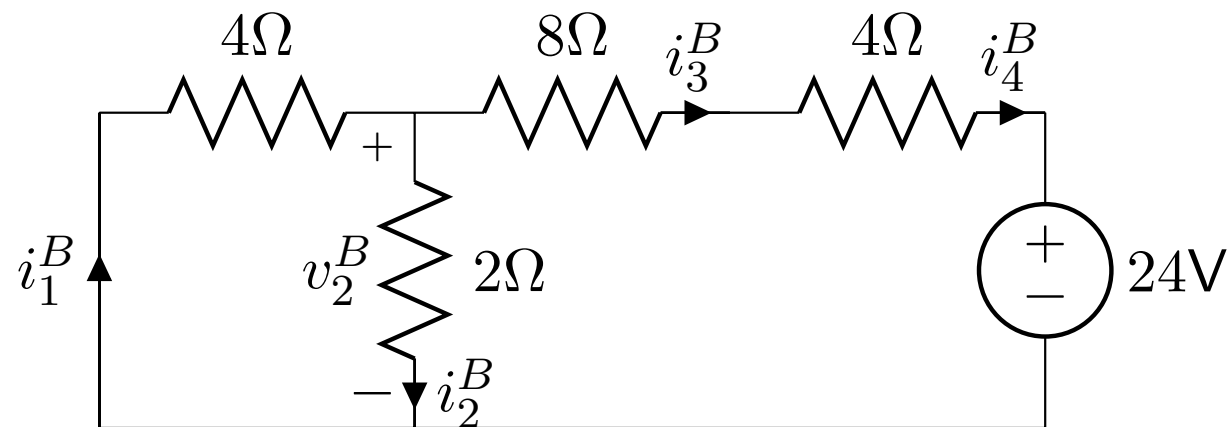


$$i_1^A = \frac{12}{4 + 2 \parallel (8 + 4)} = 2,1 \text{ [A]} \quad i_2^A = 2,1 \frac{12}{14} = 1,8 \text{ [A]} \quad i_3^A = 2,1 \frac{2}{14} = 0,3 \text{ [A]}$$
$$v_2^A = 2i_2^A = 3,6 \text{ [V]}$$

Importante: La fuente dependiente también está pasivada!!!!

Solución 5-6 (cont)

Circuito B

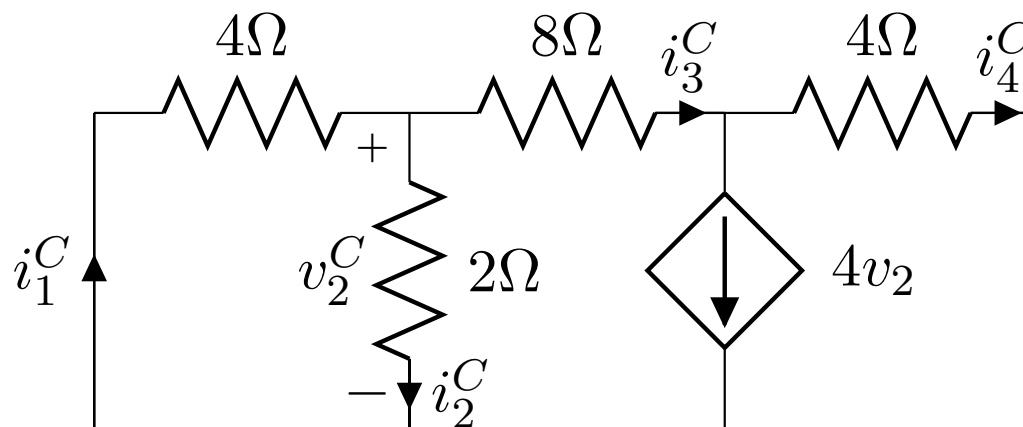


$$i_3^B = \frac{-24}{8 + 4 + 4 \parallel 2} = -1,8 \text{ [A]} \quad i_2^B = 1,8 \frac{4}{4 + 2} = 1,2 \text{ [A]}$$
$$v_2^B = 2i_2^B = 2,4 \text{ [V]}$$

Importante: La fuente dependiente también está pasivada!!!!

Solución 5-6 (cont)

Circuito C



$$i_3^C = 4v_2 \frac{4}{4 + (8 + 4 \parallel 2)} = 1,2v_2 \quad i_2^C = -1,2v_2 \frac{4}{4 + 2} = -0,8v_2$$
$$v_2^C = 2i_2^C = -1,6v_2$$

La intensidad de la fuente dependiente depende de v_2 y no de v_2^C !!!!

Solución 5-6 (cont)

Circuito A + B + C

$$v_2 = v_2^A + v_2^B + v_2^C \implies v_2 = 3,6 + 2,4 - 1,6v_2 \implies v_2 = 2,31 \text{ [V]}$$

$$i_3 = i_3^A + i_3^B + i_3^C = 0,3 - 1,8 + 1,2v_2 = 1,27 \text{ [A]}$$

Ejercicio 5-7

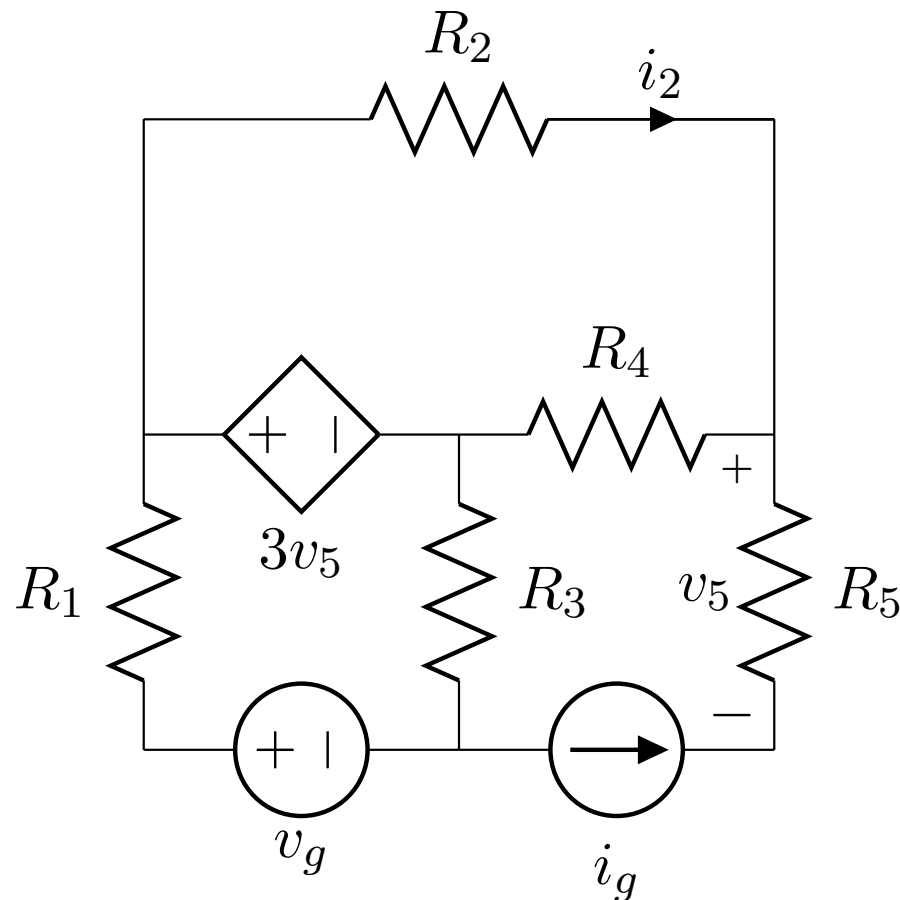
Resuelve el circuito usando el teorema de superposición y calcula

a) i_2 [A]

b) v_5 [V]

c) P_{vg} [W,gen]

d) P_{ig} [W,gen]



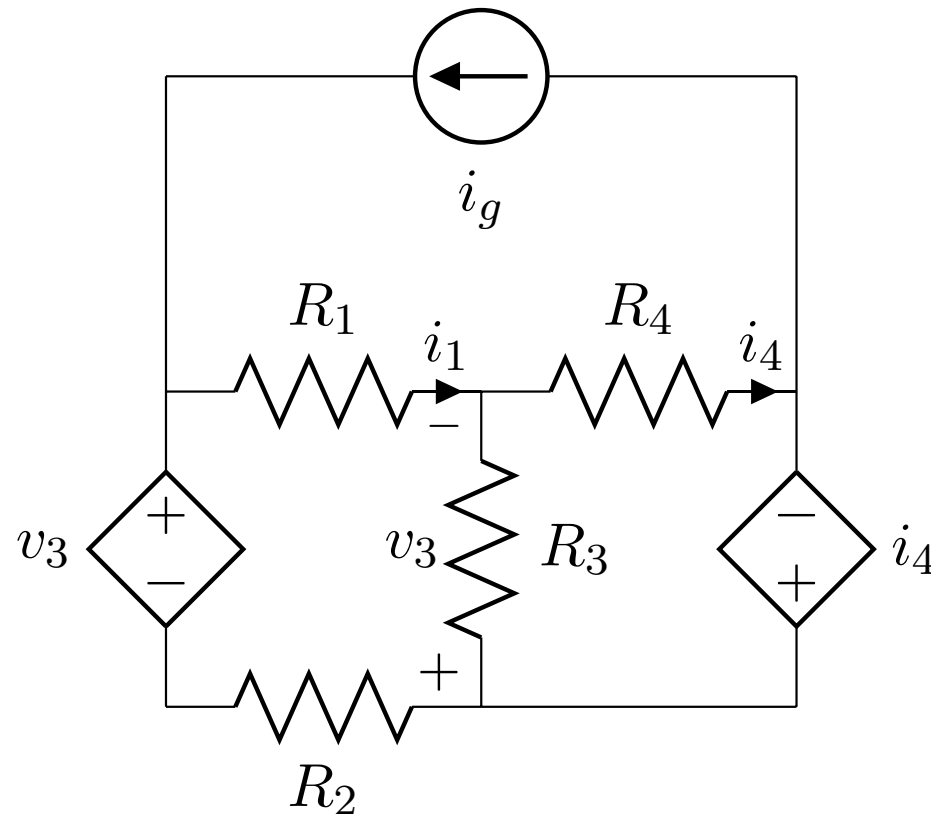
Datos: $v_g = 10 \cdot \epsilon$ [V], $i_g = \alpha$ [A], $R_1 = \lambda$ [Ω], $R_2 = \theta$ [Ω], $R_3 = \epsilon$ [Ω], $R_4 = \kappa$ [Ω], $R_5 = \beta$ [Ω]

Ejercicio 5-8

Resuelve el circuito usando el método de superposición y calcula

a) i_1 [A]

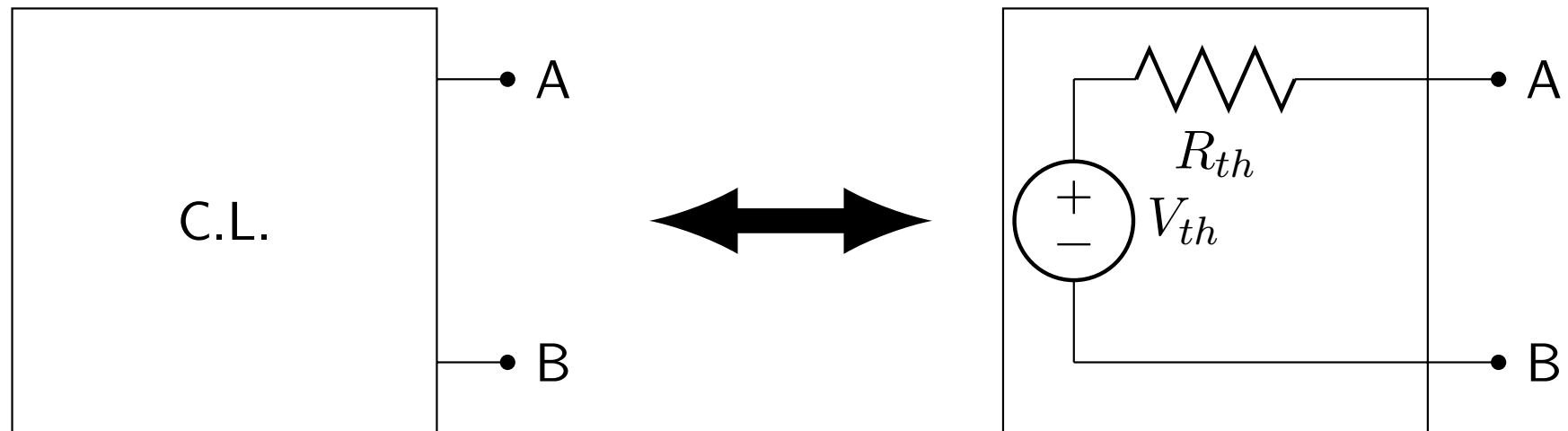
b) v_3 [V]



Datos: $i_g = \epsilon$ [A], $R_1 = \alpha$ [Ω], $R_2 = \beta$ [Ω], $R_3 = \gamma$ [Ω], $R_4 = \delta$ [Ω]

Teorema Thevenin

Todo circuito lineal conectado al exterior a través de una puerta es equivalente a un circuito compuesto simplemente por una fuente ideal de tensión en serie con una resistencia



Teorema Thevenin (cont)

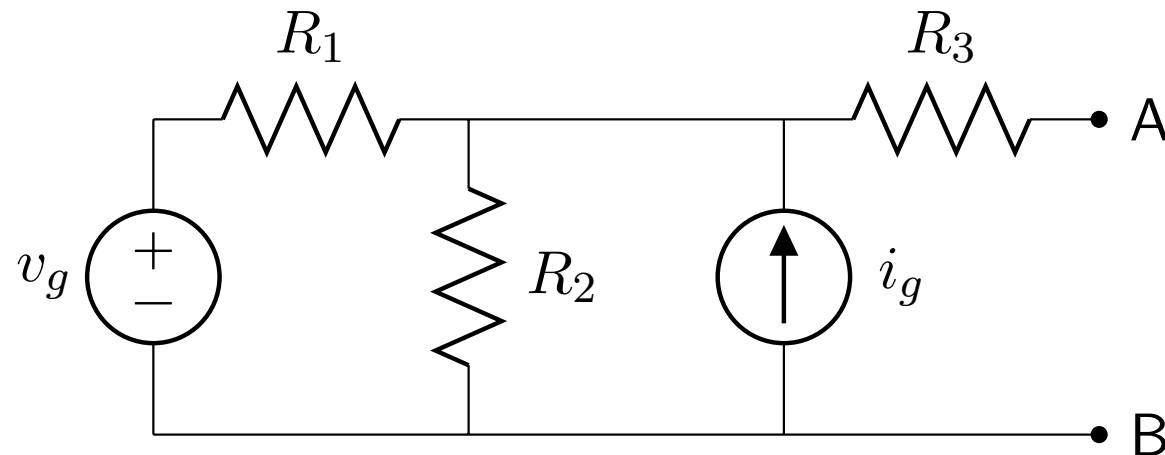
- ¿Cómo se calcula la tensión Thevenin V_{th} ?
 - V_{th} es igual a la diferencia de tensión entre los terminales A y B con el circuito original. También se conoce como tensión a circuito abierto.
 - Cuidado con el signo de la tensión!!
- ¿Cómo se calcula la resistencia Thevenin R_{th} ?
 - Si solo hay fuentes independientes
 - 1) Se desactivan las fuentes independientes
 - 2) Se calcula la resistencia equivalente entre A y B (serie, paralelo,...)
 - En cualquier caso
 - 1) Se desactivan las fuentes independientes
 - 2) Se dejan en el circuito las fuentes dependientes
 - 3) Se coloca una tensión de prueba v_0 entre los terminales A y B
 - 4) Se calcula la intensidad suministrada por la fuente de prueba i_0 (mallas, nudos, superposición,...)
 - 5) Se calcula la resistencia Thevenin como $R_{th} = \frac{v_0}{i_0}$
 - La resistencia Thevenin puede ser negativa!!

Ejercicio 5-9

Calcula el equivalente Thevenin entre los terminales A y B

a) V_{th} [V]

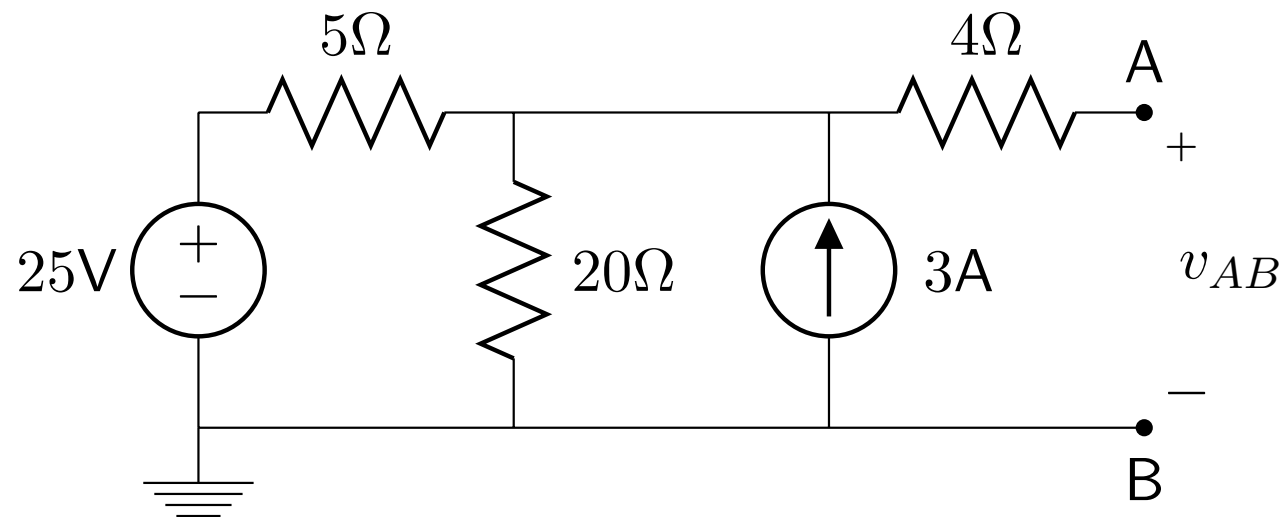
b) R_{th} [Ω]



Datos: $v_g = 10 \cdot \epsilon + \beta$ [V], $i_g = \theta$ [A], $R_1 = \beta$ [Ω], $R_2 = 10 \cdot \epsilon$ [Ω], $R_3 = \kappa$ [Ω]

Solución 5-9

En primer lugar calculamos la tensión a circuito abierto usando el método de nudos (normalmente suele ser más fácil)



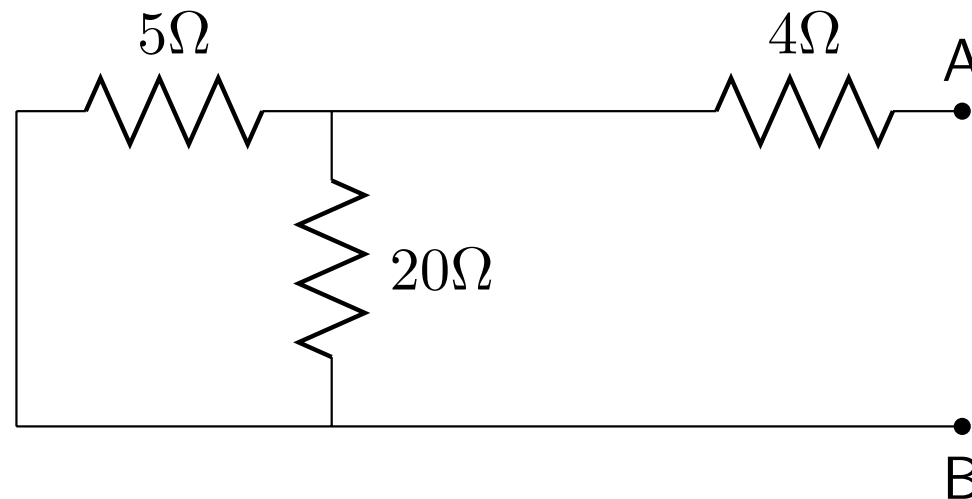
$$\frac{v_A - 25}{5} + \frac{v_A}{20} = 3 \implies v_A = 32 \text{ [V]}$$

Y por lo tanto

$$v_{AB} = v_A - v_B = 32 - 0 = 32 \text{ [V]}$$

Solución 5-9 (cont)

En segundo lugar pasivamos las fuentes independientes y calculamos la resistencia equivalente entre A y B



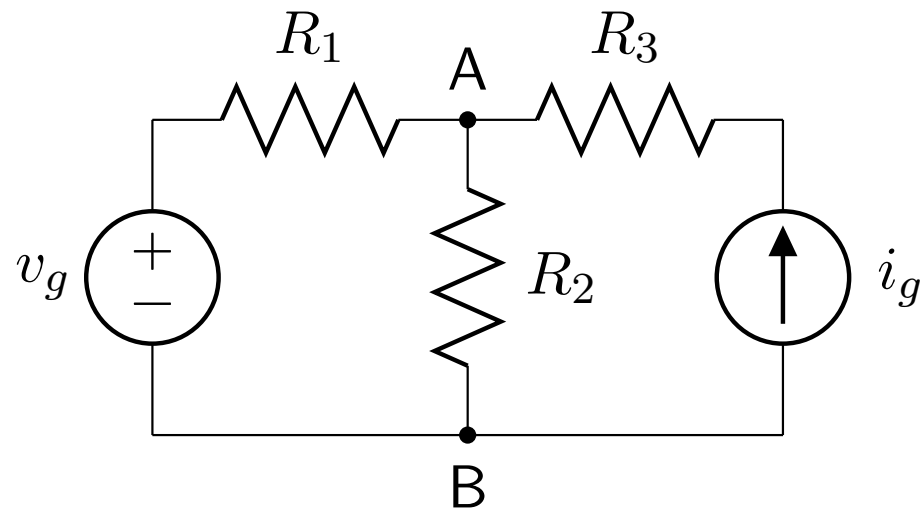
$$R_{th} = 4 + 5 || 20 = 4 + \frac{5 \cdot 20}{5 + 20} = 8[\Omega]$$

Ejercicio 5-10

Calcula el equivalente Thevenin entre los terminales A y B

a) V_{th} [V]

b) R_{th} [Ω]



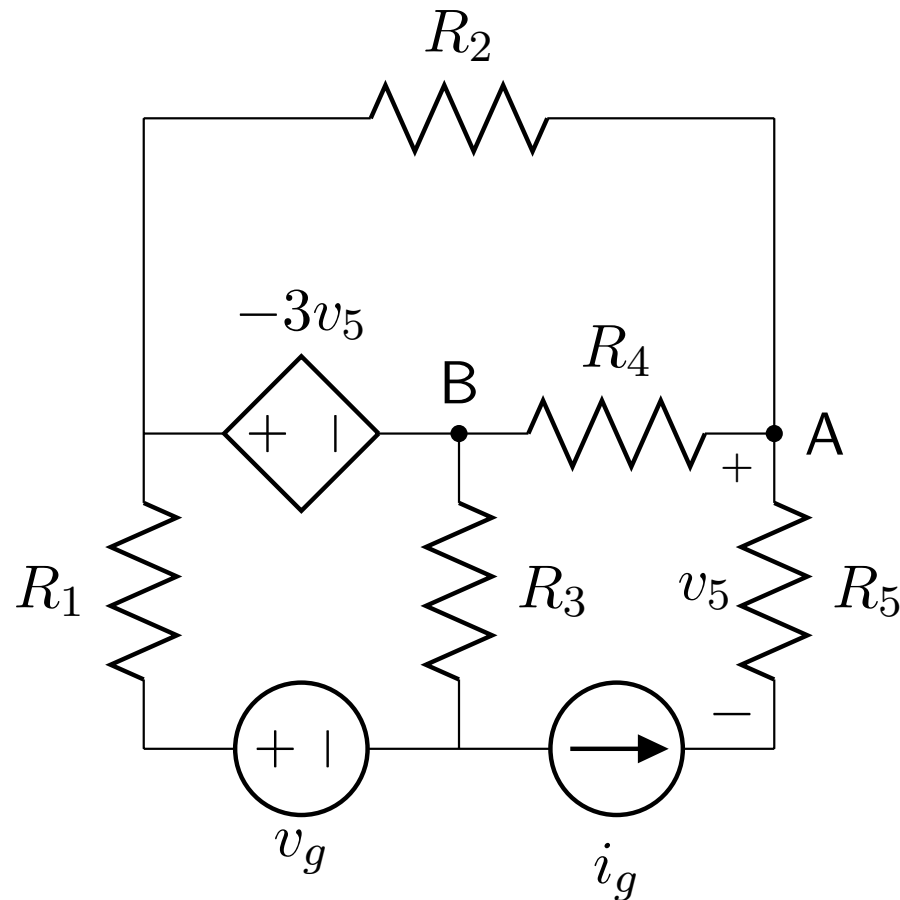
Datos: $v_g = 10 \cdot \alpha$ [V], $i_g = \beta$ [A], $R_1 = \delta$ [Ω], $R_2 = \epsilon$ [Ω], $R_3 = \eta$ [Ω]

Ejercicio 5-11

Calcula el equivalente Thevenin entre los terminales A y B

a) V_{th} [V]

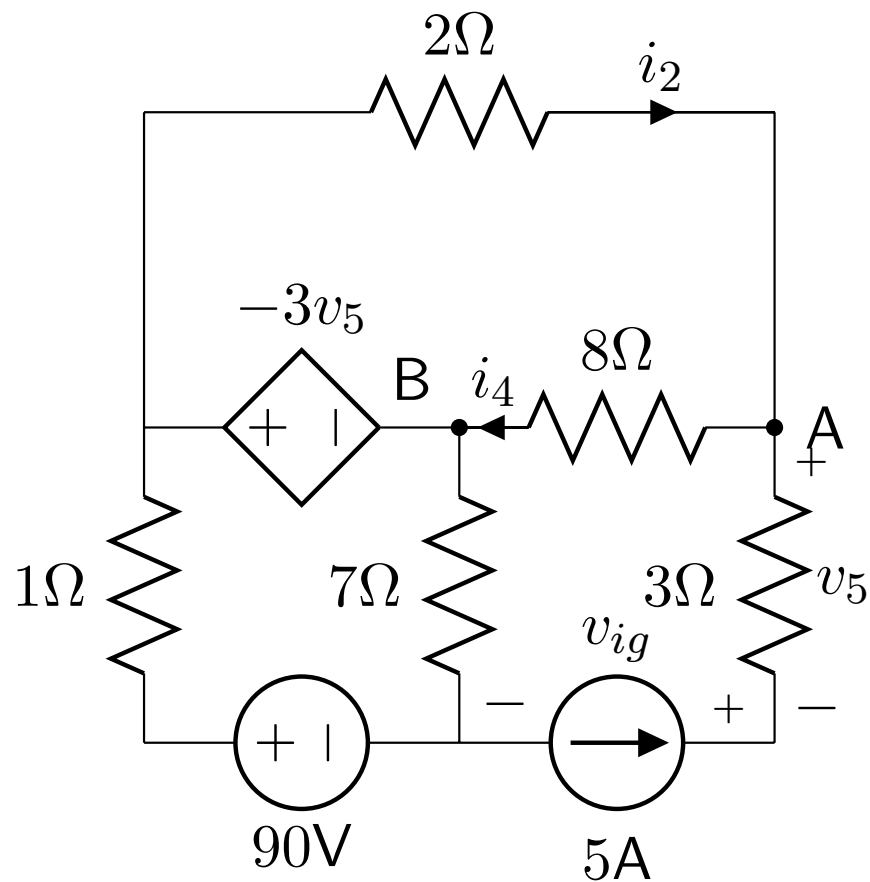
b) R_{th} [Ω]



Datos: $v_g = 10 \cdot \alpha$ [V], $i_g = \beta$ [A], $R_1 = \delta$ [Ω], $R_2 = \epsilon$ [Ω], $R_3 = \eta$ [Ω], $R_4 = \gamma$ [Ω], $R_5 = \theta$ [Ω]

Solución 5-11

En primer lugar calculamos la tensión entre los terminales A y B con el circuito original



$$v_5 = -15$$

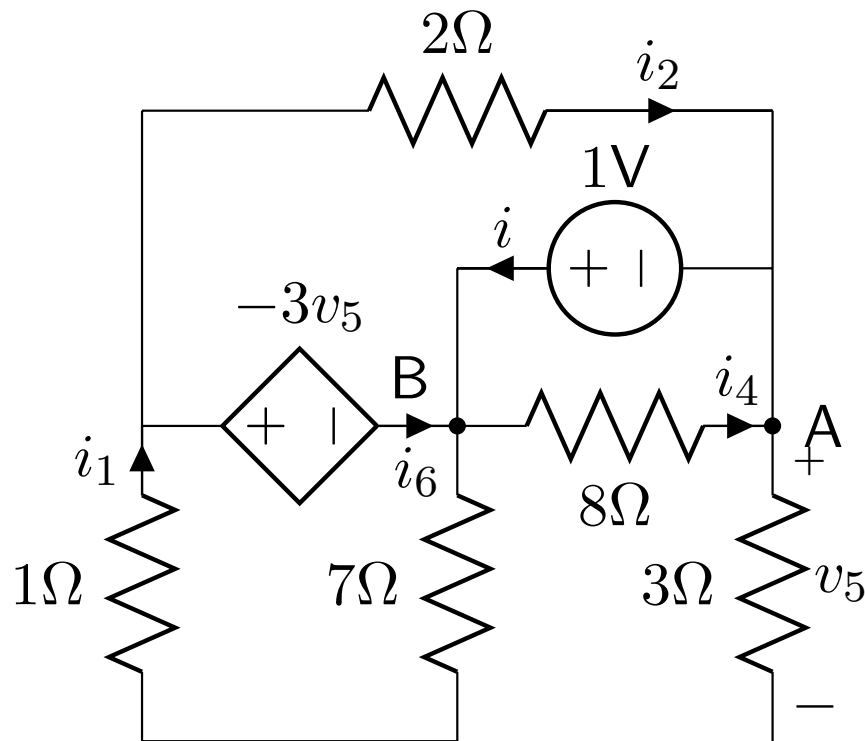
$$45 = 2i_2 + 8(i_2 + 5) \implies i_2 = 0,5$$

$$v_{AB} = 8(i_2 + 5) = 44$$

$$V_{th} = 44 \text{ [V]}$$

Solución 5-11 (cont)

Como tenemos fuentes dependientes, pasivamos las independientes y usamos una tensión de prueba entre los terminales A y B.



Como $v_5 = 0$, tenemos

$$i_1 = 0$$

$$i_2 = 0,5$$

$$i_4 = \frac{1}{8}$$

$$i_6 = i_1 - i_2 = -0,5$$

$$i = i_1 + i_4 - i_6 = 0,625$$

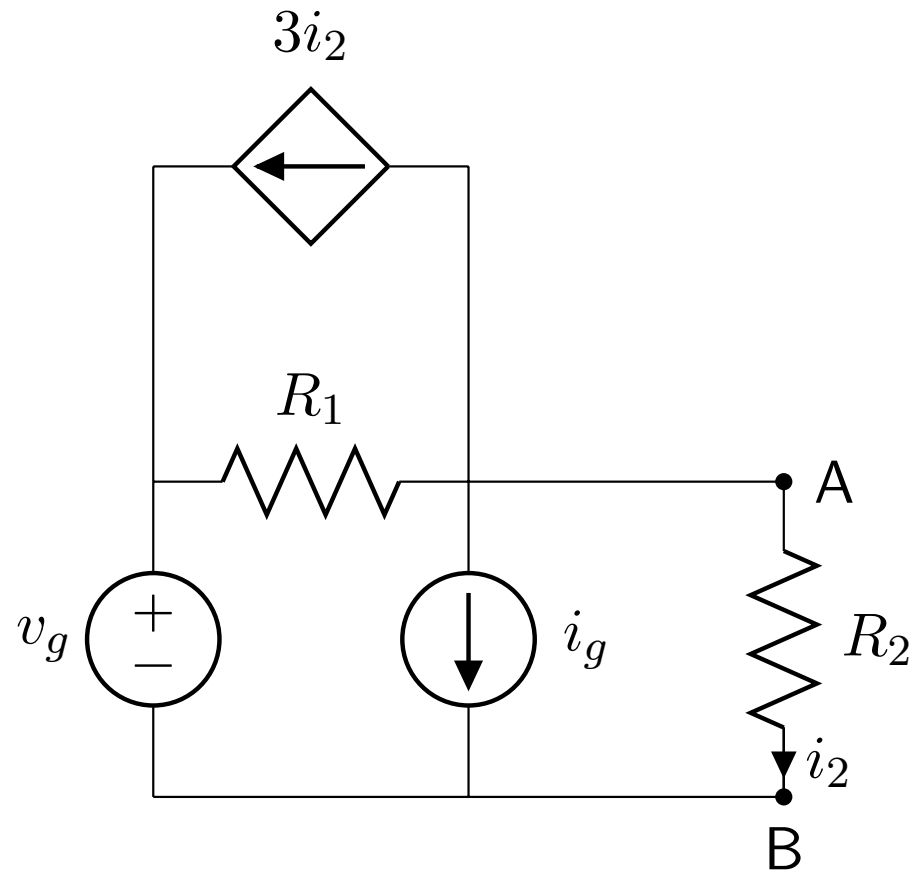
La resistencia Thevenin se calcula como $R_{th} = \frac{1}{0,625} = 1,6\Omega$

Ejercicio 5-12

Calcula el equivalente Thevenin entre los terminales A y B

a) V_{th} [V]

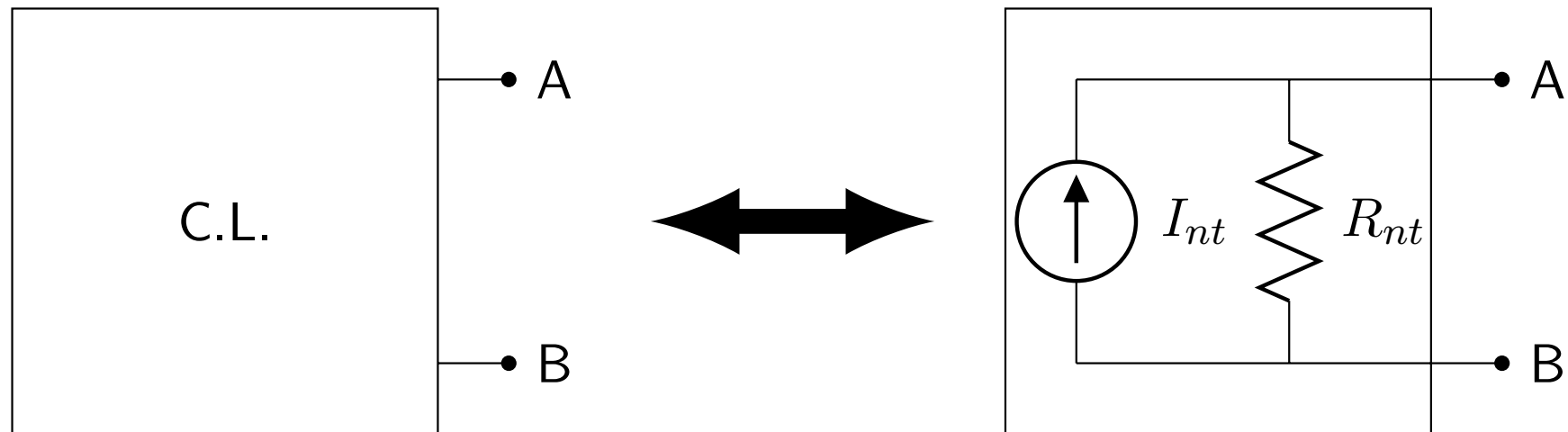
b) R_{th} [Ω]



Datos: $v_g = 10 \cdot \alpha$ [V], $i_g = \beta$ [A], $R_1 = \delta$ [Ω], $R_2 = \epsilon$ [Ω]

Teorema Norton

Todo circuito lineal conectado al exterior a través de una puerta es equivalente a un circuito compuesto simplemente por una fuente ideal de intensidad en paralelo con una resistencia

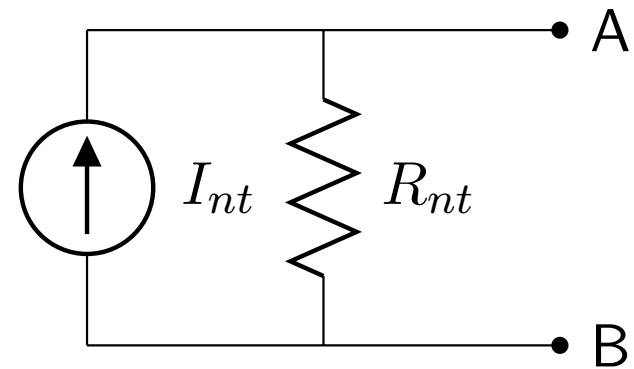
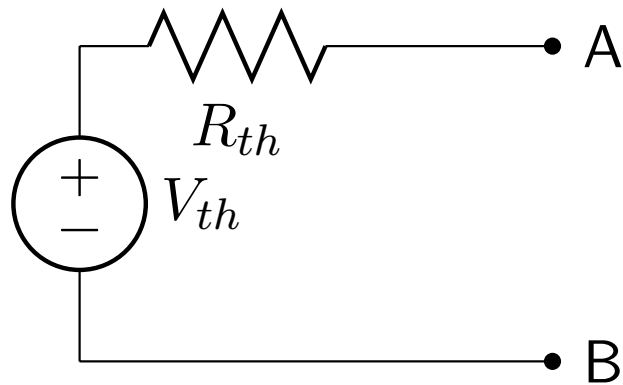


Teorema Norton (cont)

- ¿Cómo se calcula la intensidad Norton I_{nt} ?
 - I_{nt} es igual a la intensidad que circularía entre los terminales A y B si estos son conectados con un cable de resistencia nula. También se conoce como corriente de cortocircuito.
 - Cuidado con el signo de la intensidad!!
- ¿Cómo se calcula la resistencia Norton R_{nt} ?
 - Si solo hay fuentes independientes
 - 1) Se desactivan las fuentes independientes
 - 2) Se calcula la resistencia equivalente entre A y B (serie, paralelo,...)
 - En cualquier caso
 - 1) Se desactivan las fuentes independientes
 - 2) Se dejan en el circuito las fuentes dependientes
 - 3) Se coloca una tensión de prueba v_0 entre los terminales A y B
 - 4) Se calcula la intensidad suministrada por la fuente de prueba i_0 (mallas, nudos, superposición,...)
 - 5) Se calcula la resistencia Thevenin como $R_{th} = \frac{v_0}{i_0}$
 - La resistencia Norton puede ser negativa!!
- Siempre se cumple que $R_{th} = R_{nt}$

Teorema Thevenin-Norton

$$V_{th} = R_{th} I_{nt}$$

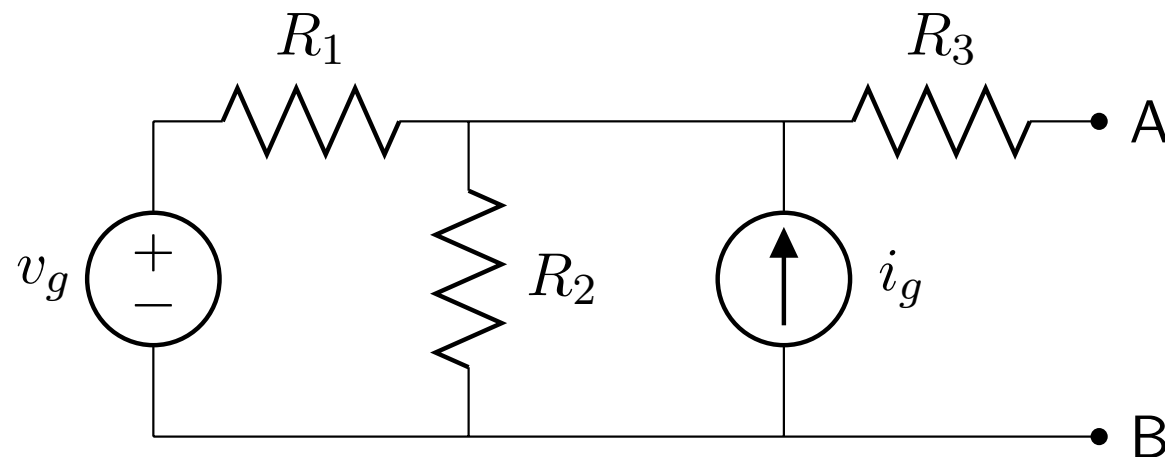


Ejercicio 5-13

Calcula el equivalente Norton entre los terminales A y B

a) I_{nt} [A]

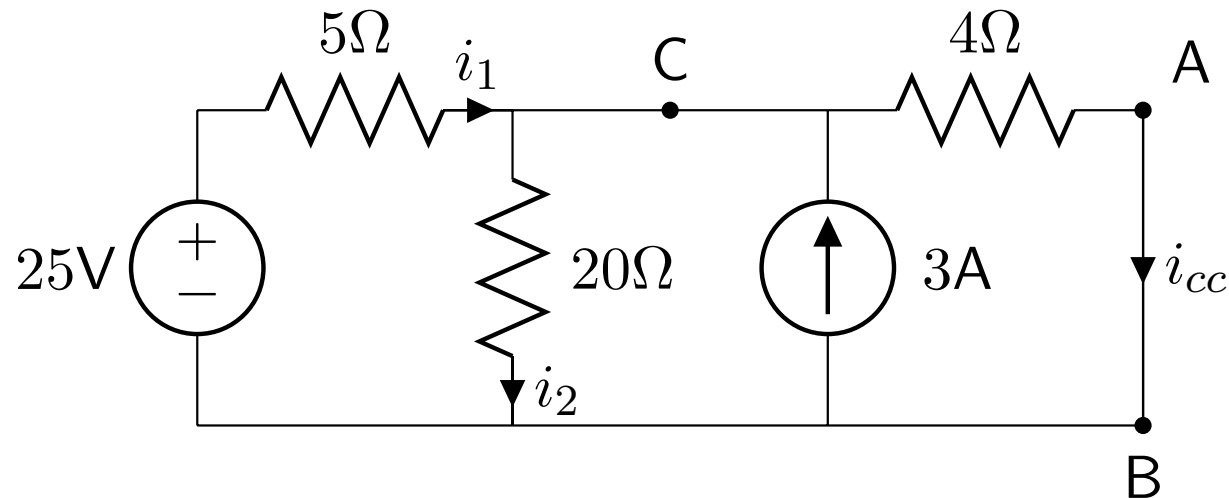
b) R_{nt} [Ω]



Datos: $v_g = 10 \cdot \epsilon + \beta$ [V], $i_g = \theta$ [A], $R_1 = \beta$ [Ω], $R_2 = 10 \cdot \epsilon$ [Ω], $R_3 = \kappa$ [Ω]

Solución 5-13

En primer lugar añadimos un cable entre los terminales A y B y calculamos la intensidad i_{cc} que circula por dicho cable aplicando nudos



$$\frac{25 - v_C}{5} + 3 = \frac{v_C}{20} + \frac{v_C}{4} \implies v_C = 16 \text{ [V]}$$

Y por lo tanto

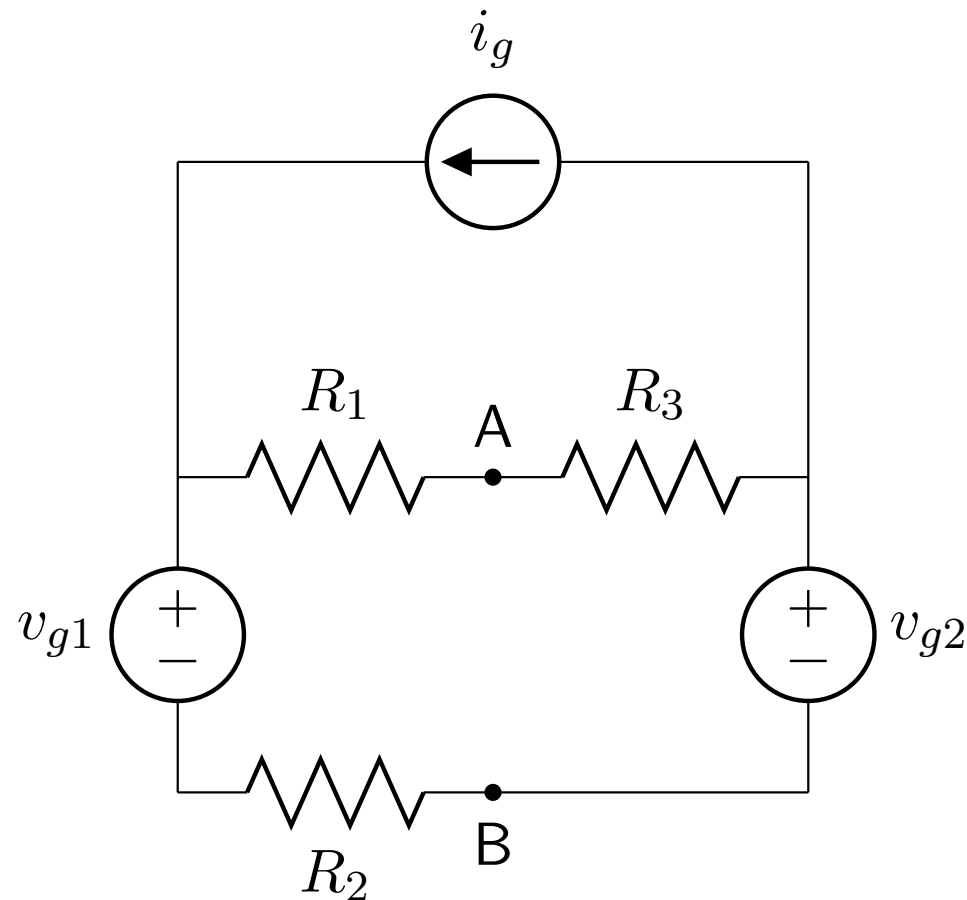
$$i_{cc} = \frac{v_C}{4} = 4 \text{ [A]}$$

Ejercicio 5-14

Calcula el equivalente Norton entre los terminales A y B

a) I_{nt} [A]

b) R_{nt} [Ω]



Datos:

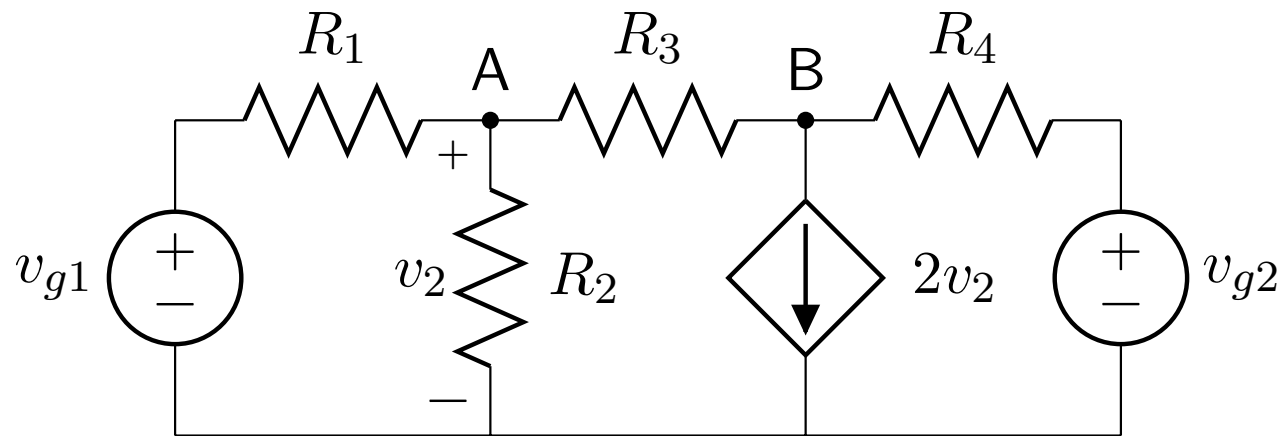
$$v_{g1} = \beta[\text{V}], v_{g2} = 10 \cdot \delta[\text{V}], i_g = \delta[\text{A}], R_1 = \delta[\Omega], R_2 = \epsilon[\Omega], R_3 = \epsilon[\Omega]$$

Ejercicio 5-15

Calcula el equivalente Norton entre los terminales A y B

a) I_{nt} [A]

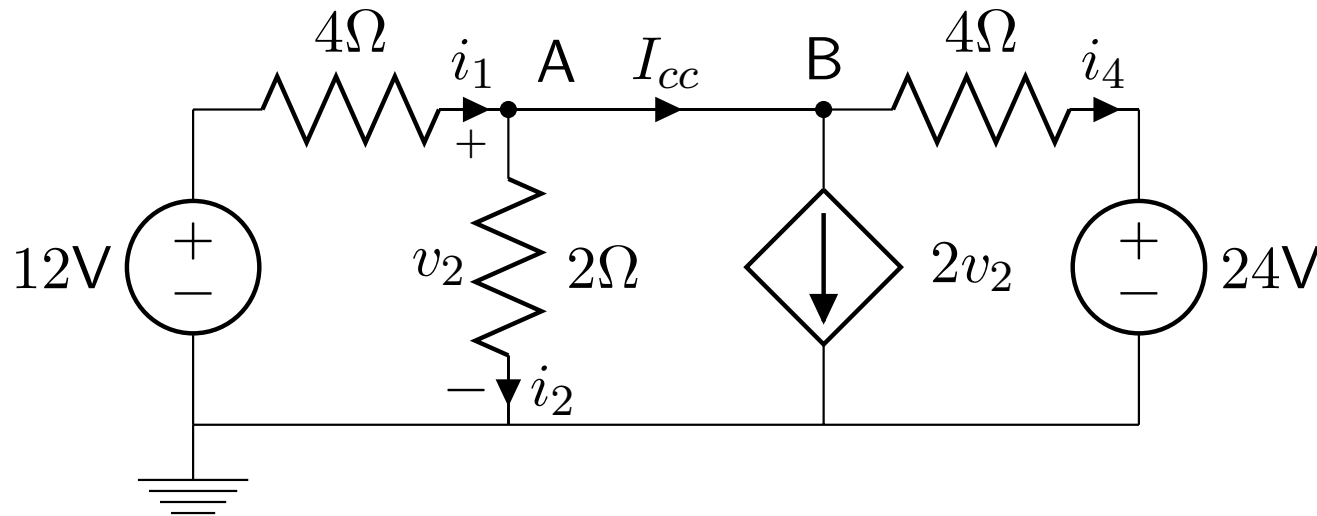
b) R_{nt} [Ω]



Datos: $v_{g1} = 10 + \epsilon$ [V], $v_{g2} = 20 + \kappa$ [V], $R_1 = \kappa$ [Ω], $R_2 = \epsilon$ [Ω], $R_3 = \gamma$ [Ω], $R_4 = \kappa$ [Ω]

Solución 5-15

Cortocircuitamos los terminales A y B por lo que la resistencia R_3 no tiene ningún efecto en la resolución del circuito. Aplicamos método de nudos.

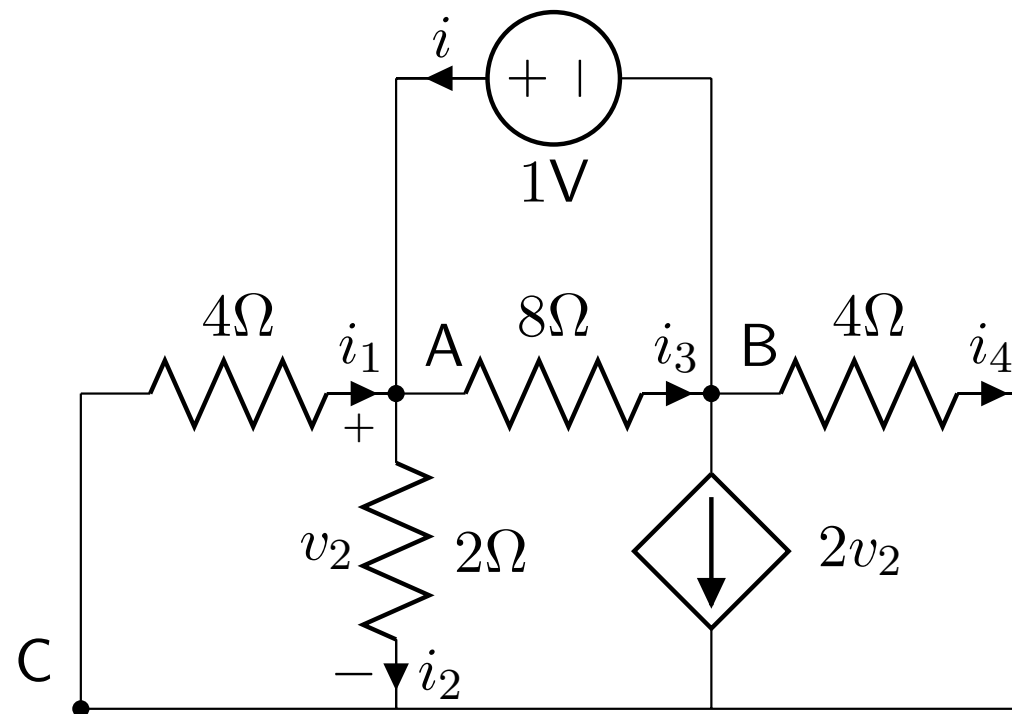


$$\frac{12 - v_A}{4} = \frac{v_A}{2} + 2v_A + \frac{v_A - 24}{4} \implies v_A = 3 \text{ [V]}$$

$$I_{cc} = \frac{v_A - 24}{4} + 2v_A = 0,75 \text{ [A]}$$

Solución 5-15 (cont)

Para calcular la resistencia Thevenin pasivamos las fuentes independientes y colocamos una fuente de prueba entre los terminales A y B. Aplicamos el método de nudos usando como referencia B ($v_B = 0$ [V], $v_A = 1$ [V]).



$$\frac{1 - v_C}{2} + 2 \cdot (1 - v_C) + \frac{0 - v_C}{4} = \frac{v_C - 1}{4} \implies v_C = 0,92 \text{ [V]}$$

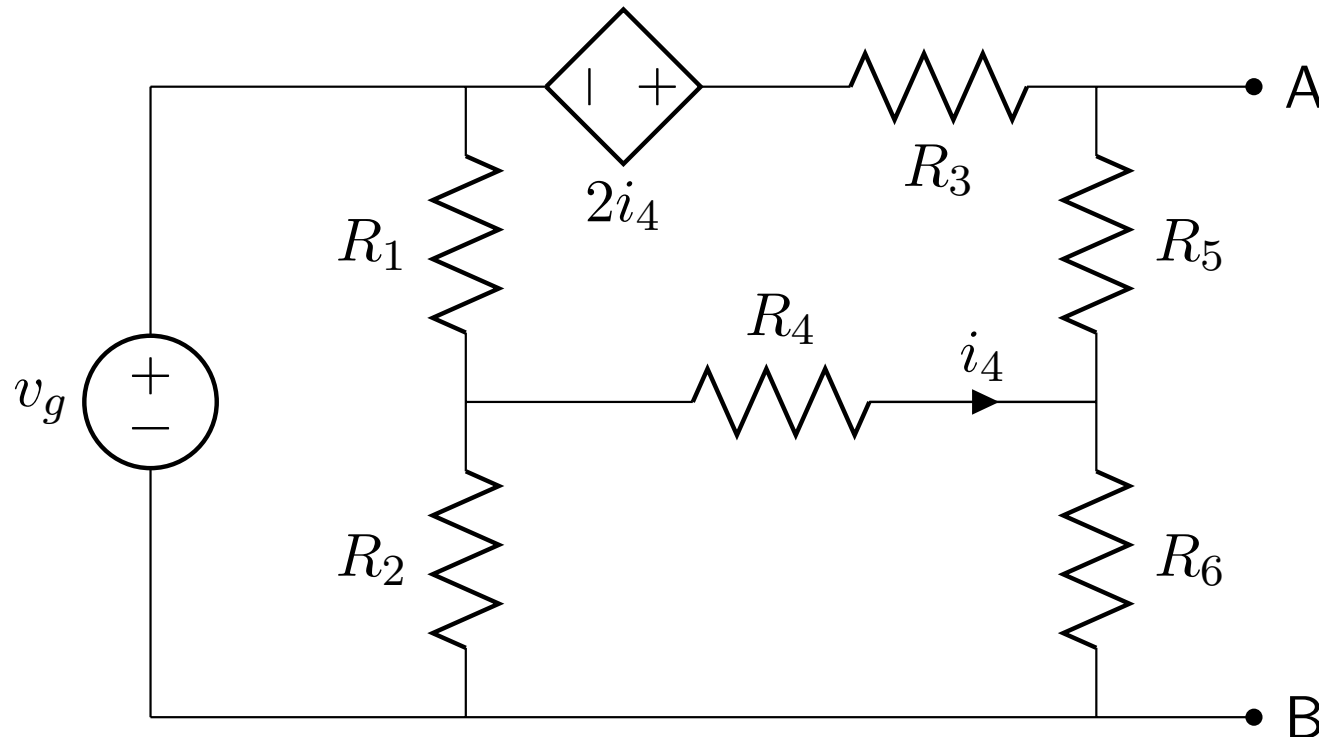
$$i + \frac{v_C - 1}{4} = \frac{1 - v_C}{2} + \frac{1 - 0}{8} \implies i = 0,185 \text{ [A]} \implies R_{th} = \frac{1}{i} = 5,41\Omega$$

Ejercicio 5-16

Calcula el equivalente Norton entre los terminales A y B

a) I_{nt} [A]

b) R_{nt} [Ω]



Datos: $v_g = 10 \cdot \alpha$ [V], $R_1 = \beta$ [Ω], $R_2 = \beta$ [Ω], $R_3 = \gamma$ [Ω], $R_4 = \epsilon$ [Ω], $R_5 = \eta$ [Ω], $R_6 = \eta$ [Ω]

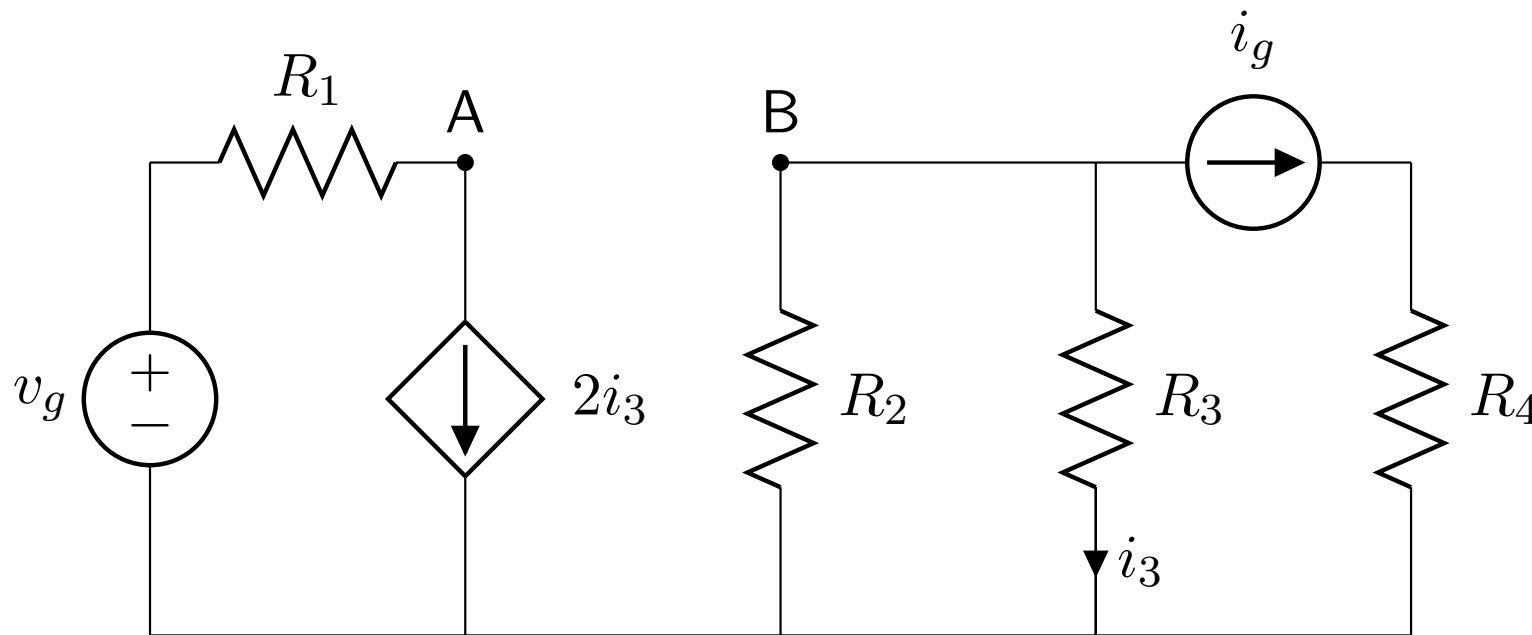
Ejercicio 5-17

Para el circuito de la figura, calcula de manera independiente la tensión Thevenin, la resistencia Thevenin, y la intensidad Norton entre los terminales A y B.

a) V_{th} [V]

b) R_{th} [Ω]

c) I_{nt} [A]



Datos:

$$v_g = 10 \cdot \delta [\text{V}], i_g = \theta [\text{A}], R_1 = \epsilon [\Omega], R_2 = \epsilon [\Omega], R_3 = \delta [\Omega], R_4 = \theta [\Omega]$$

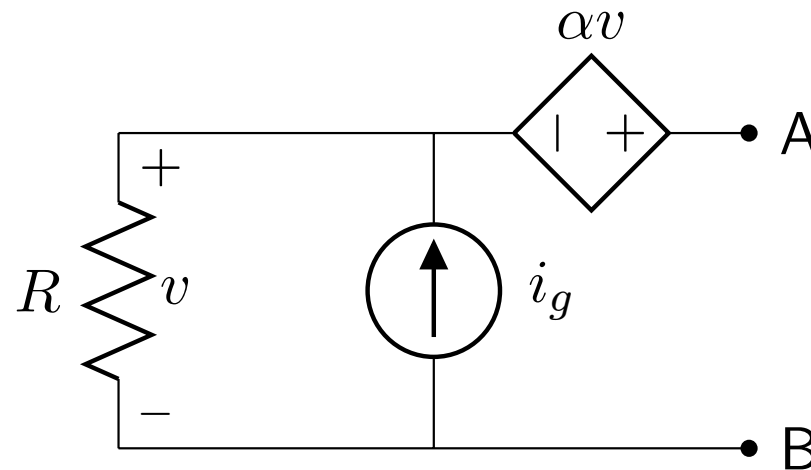
Ejercicio 5-18

Para el circuito de la figura, calcula de manera independiente la tensión Thevenin, la resistencia Thevenin, y la intensidad Norton entre los terminales A y B.

a) V_{th} [V]

b) R_{th} [Ω]

c) I_{nt} [A]



Datos: $i_g = \beta$ [A], $R = \gamma$ [Ω]

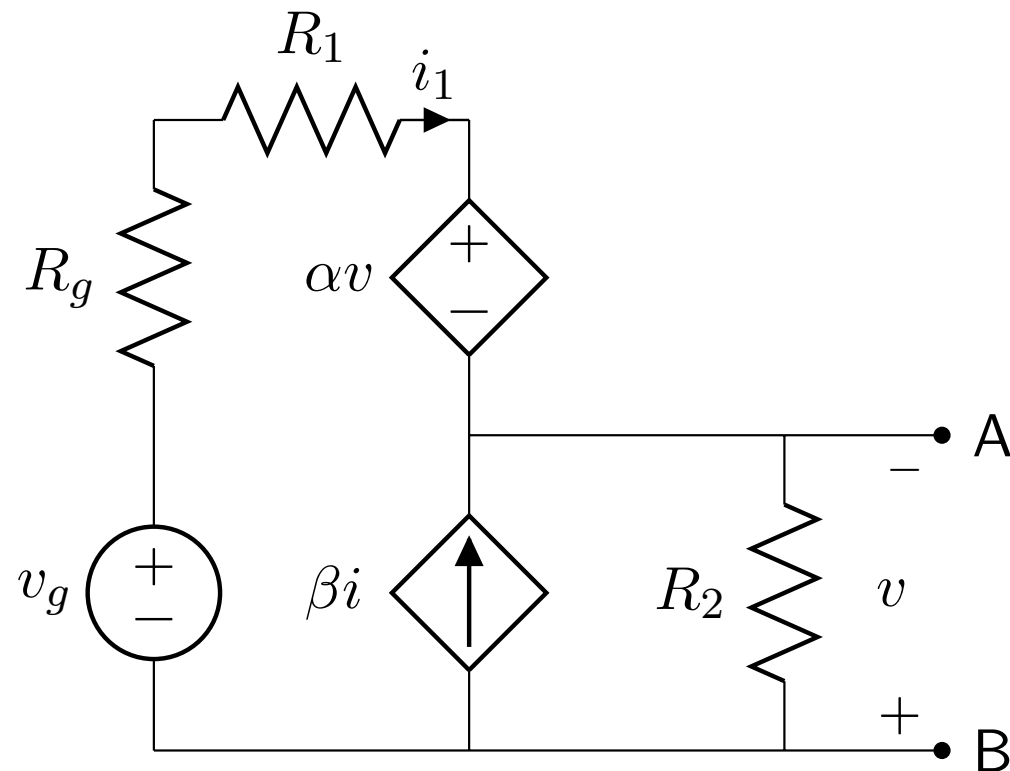
Ejercicio 5-19

Para el circuito de la figura, calcula de manera independiente la tensión Thevenin, la resistencia Thevenin, y la intensidad Norton entre los terminales A y B.

a) V_{th} [V]

b) R_{th} [Ω]

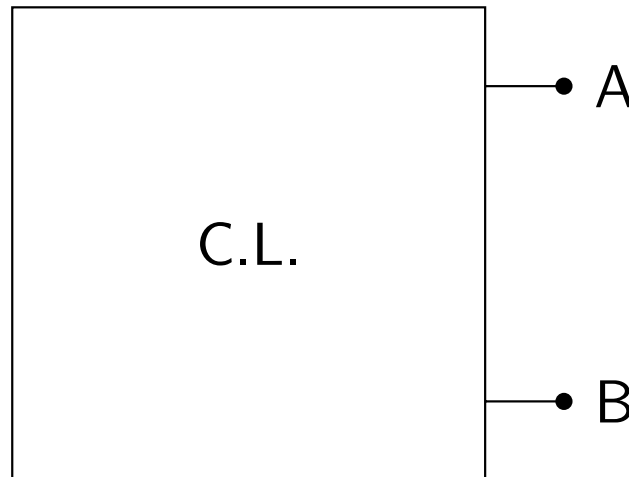
c) I_{nt} [A]



Datos: $e_g = 10 \cdot \gamma$ [V], $R_g = \delta$ [Ω], $R_1 = \epsilon$ [Ω], $R_2 = \eta$ [Ω]

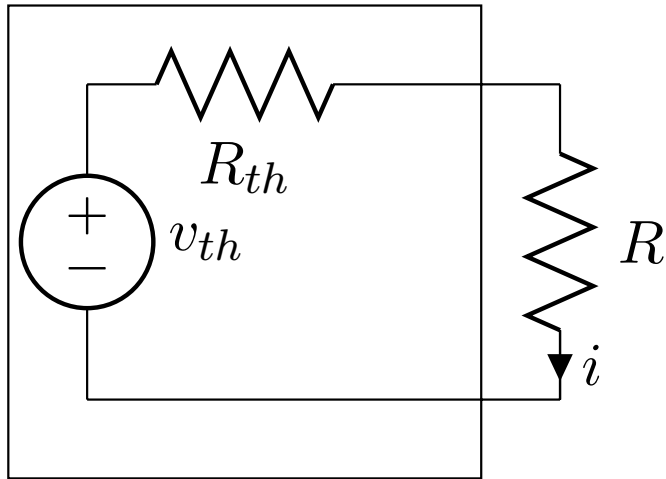
Ejercicio 5-20

Tenemos un circuito eléctrico formado únicamente por resistencias y fuentes de tensión e intensidad, y solo tenemos acceso a los terminales A y B de la figura. Si cortocircuitamos dichos terminales, circula una intensidad de α [A]. Si colocamos entre dichos terminales una resistencia de β [Ω], ésta consume una potencia de $100 \cdot \gamma$ [W, con]. Calcular la potencia que consumiría una resistencia de δ [Ω] entre los terminales A y B.



Máxima transferencia de potencia

¿Valor de $R \geq 0$ que consume la máxima potencia?



$$i = \frac{v_{th}}{R_{th} + R}$$

$$P = Ri^2 = R \left(\frac{v_{th}}{R_{th} + R} \right)^2$$

- Caso normal ($R_{th} \geq 0$): Calculamos el máximo de P derivando con respecto a R e igualando a 0

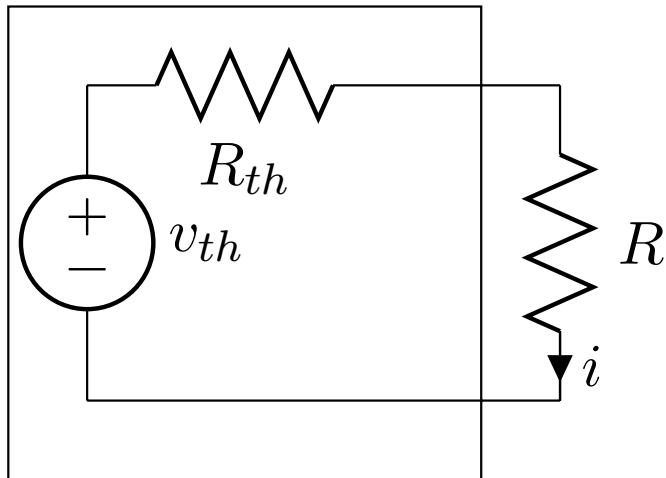
$$\frac{\partial P}{\partial R} = \left(\frac{v_{th}}{R_{th} + R} \right)^2 + R \cdot 2 \left(\frac{v_{th}}{R_{th} + R} \right) \frac{-v_{th}}{(R_{th} + R)^2} = \frac{(R_{th} - R)v_{th}^2}{(R_{th} + R)^3}$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = 0 \implies R = R_{th}$$

$$P^{\text{máx}} = R_{th} \left(\frac{v_g}{R_g + R_{th}} \right)^2 = \frac{v_{th}^2}{4R_{th}}$$

Máxima transferencia de potencia (cont)

¿Valor de $R \geq 0$ que consume la máxima potencia?



$$i = \frac{v_{th}}{R_{th} + R}$$

$$P = Ri^2 = R \left(\frac{v_{th}}{R_{th} + R} \right)^2$$

- Caso degenerado ($R_{th} < 0$): Este caso solo se da si hay fuentes dependientes en el circuito. La función $P(R)$ tiene a infinito para $R = -R_{th}$. La resistencia que consume la máxima potencia será

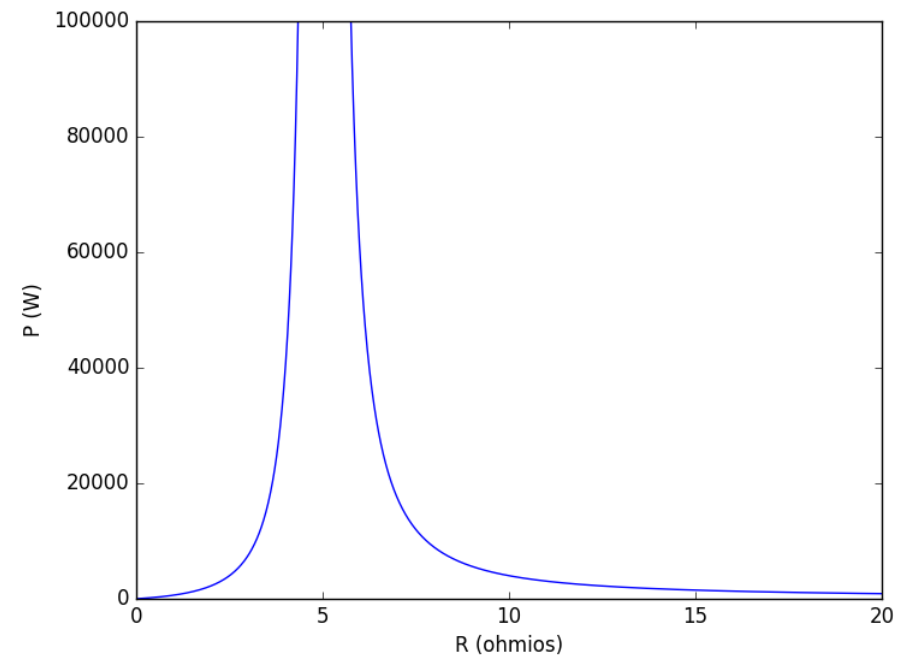
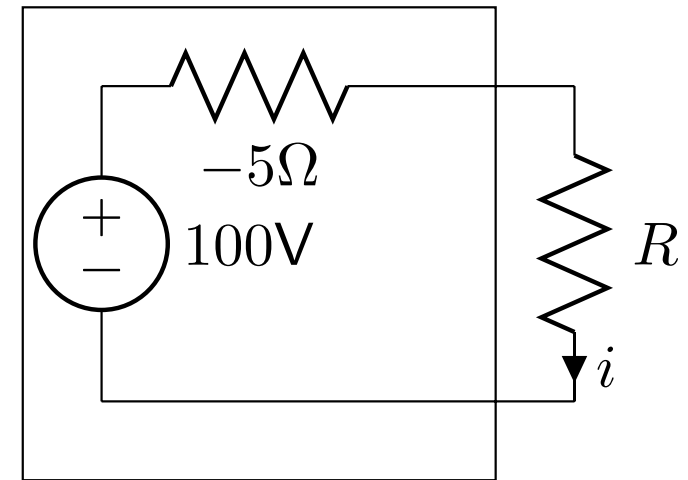
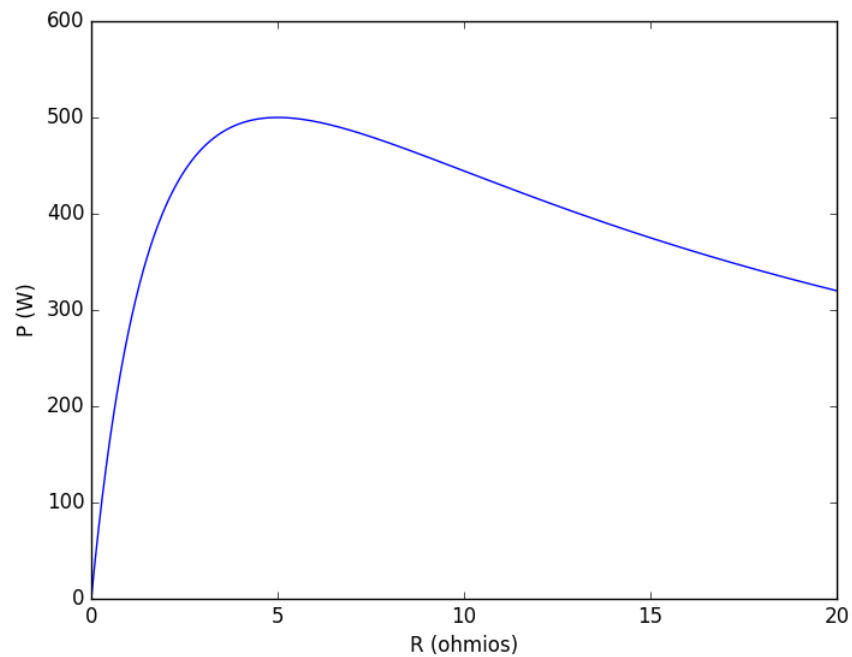
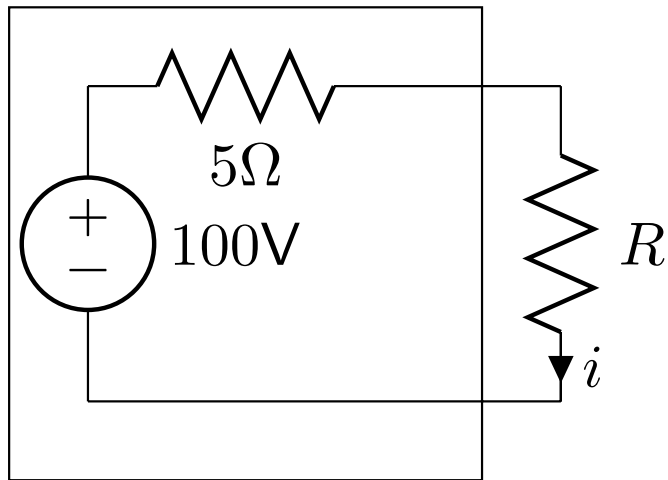
$$R = -R_{th}$$

En ese caso la fuente ideal estaría cortocircuitada, lo que daría lugar (en teoría) a una intensidad i y una potencia consumida por R igual a infinito

$$P^{\text{máx}} = \infty$$

En la aplicación $\infty = 999999,99$

Máxima transferencia de potencia (cont)

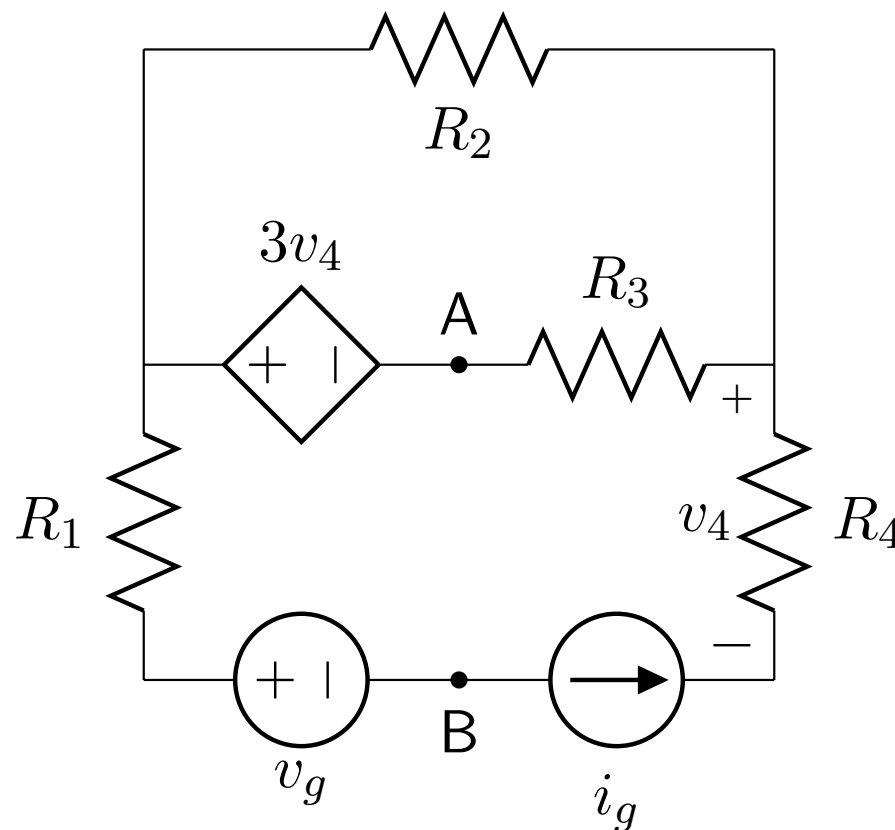


Ejercicio 5-21

Calcula la resistencia a colocar entre A y B para que consuma la máxima potencia así como la potencia consumida por dicha resistencia

a) $R^{\text{máx}} [\Omega]$

b) $P^{\text{máx}} [\text{W,con}]$

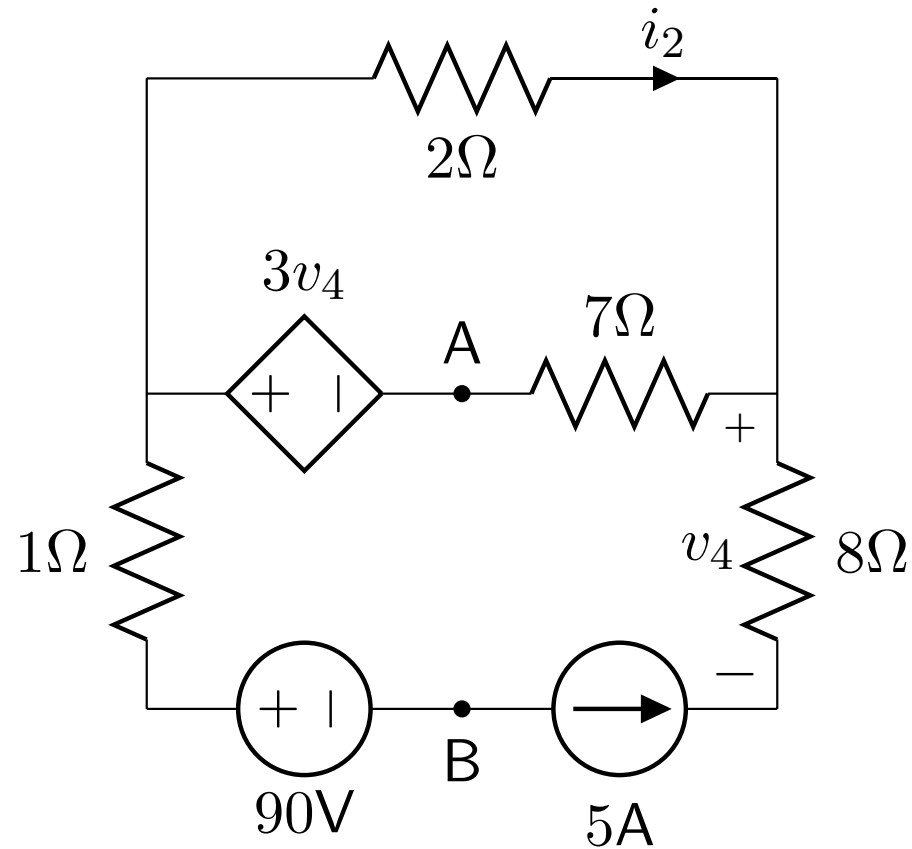


Datos:

$$v_g = 10 \cdot \alpha [\text{V}], i_g = \beta [\text{A}], R_1 = \delta [\Omega], R_2 = \epsilon [\Omega], R_3 = \eta [\Omega], R_4 = \gamma [\Omega]$$

Solución 5-21

Calculamos la tensión Thevenin

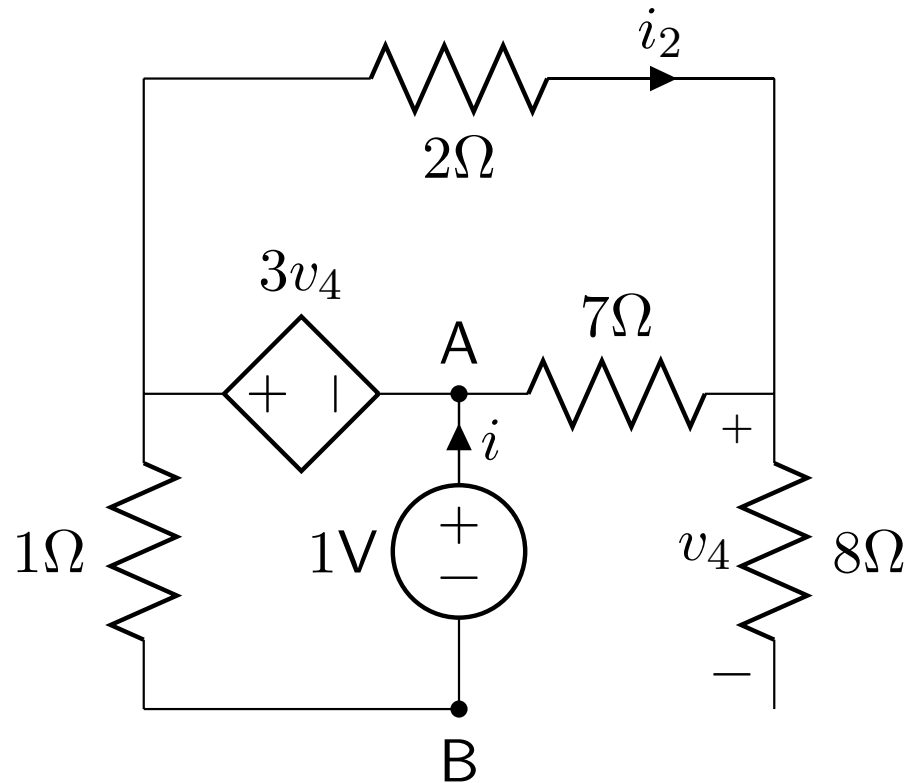


$$v_4 = -5 \cdot 8 = -40$$

$$v_{th} = -3v_4 + 1 \cdot 5 + 90 \implies v_{th} = 215 \text{ [V]}$$

Solución 5-21 (cont)

Calculamos la resistencia Thevenin



$$i = 1 \text{ [V]} \implies R_{th} = 1\Omega$$

$$R^{\text{máx}} = R_{th} = 1\Omega$$

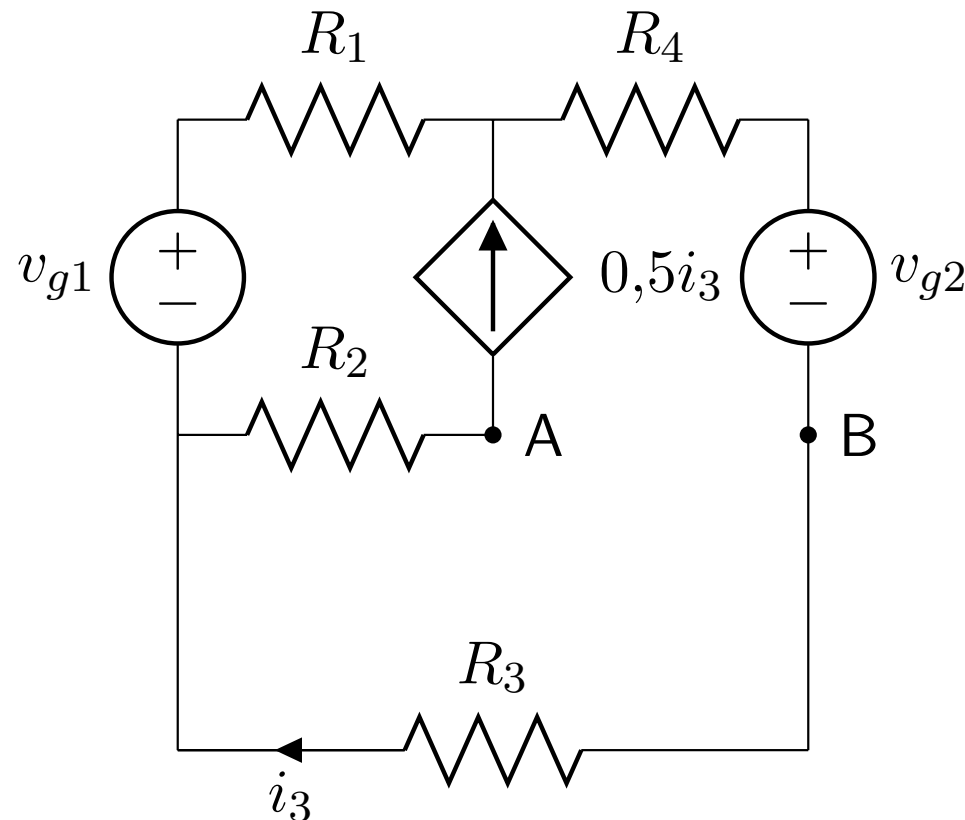
$$P^{\text{máx}} = \frac{v_{th}^2}{4R_{th}} = 11556,25 \text{ [W,con]}$$

Ejercicio 5-22

Calcula la resistencia a colocar entre A y B para que consuma la máxima potencia así como la potencia consumida por dicha resistencia

a) $R^{\text{máx}} [\Omega]$

b) $P^{\text{máx}} [\text{W,con}]$



Datos: $v_{g1} = 100 \cdot \epsilon [\text{V}]$, $v_{g2} = 10 \cdot \gamma [\text{V}]$, $R_1 = \theta [\Omega]$, $R_2 = \alpha [\Omega]$, $R_3 = \eta [\Omega]$, $R_4 = \beta [\Omega]$

Ejercicio 5-23*

a) Dado el circuito de la figura calcula la R_{th} entre A y B [Ω]

Si entre A y B se coloca una bobina de 4H calcula

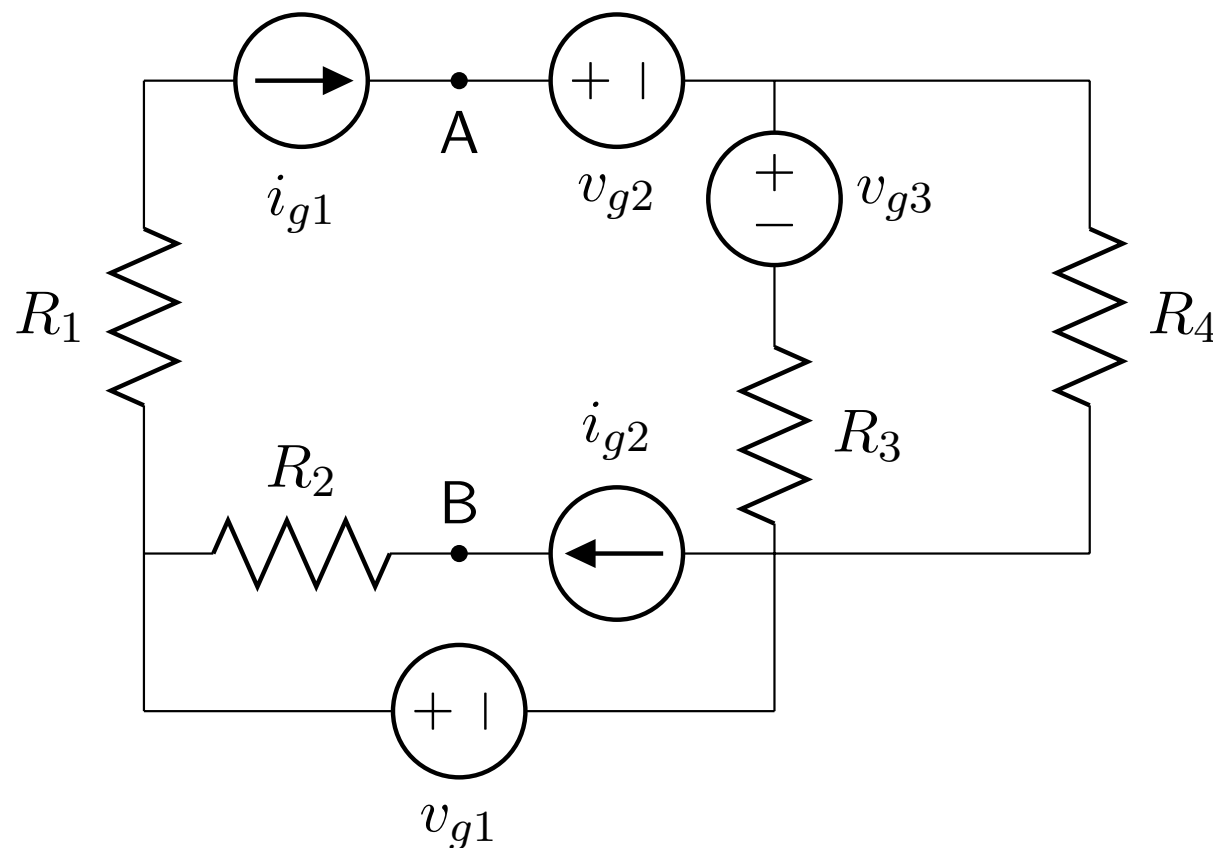
b) w_L [J]

c) $P_{i_{g1}}$ [W,con]

d) $P_{v_{g2}}$ [W,con]

Si sustituimos la bobina por una conductancia variable, calcula

e) Potencia máxima que podrá consumir dicha conductancia [W,con]



$$v_{g1} = \delta \text{ [V]}$$

$$v_{g2} = \epsilon \text{ [V]}$$

$$v_{g3} = \theta \text{ [V]}$$

$$i_{g1} = \beta \text{ [A]}$$

$$i_{g2} = \eta \text{ [A]}$$

$$R_1 = \alpha \text{ [\Omega]}$$

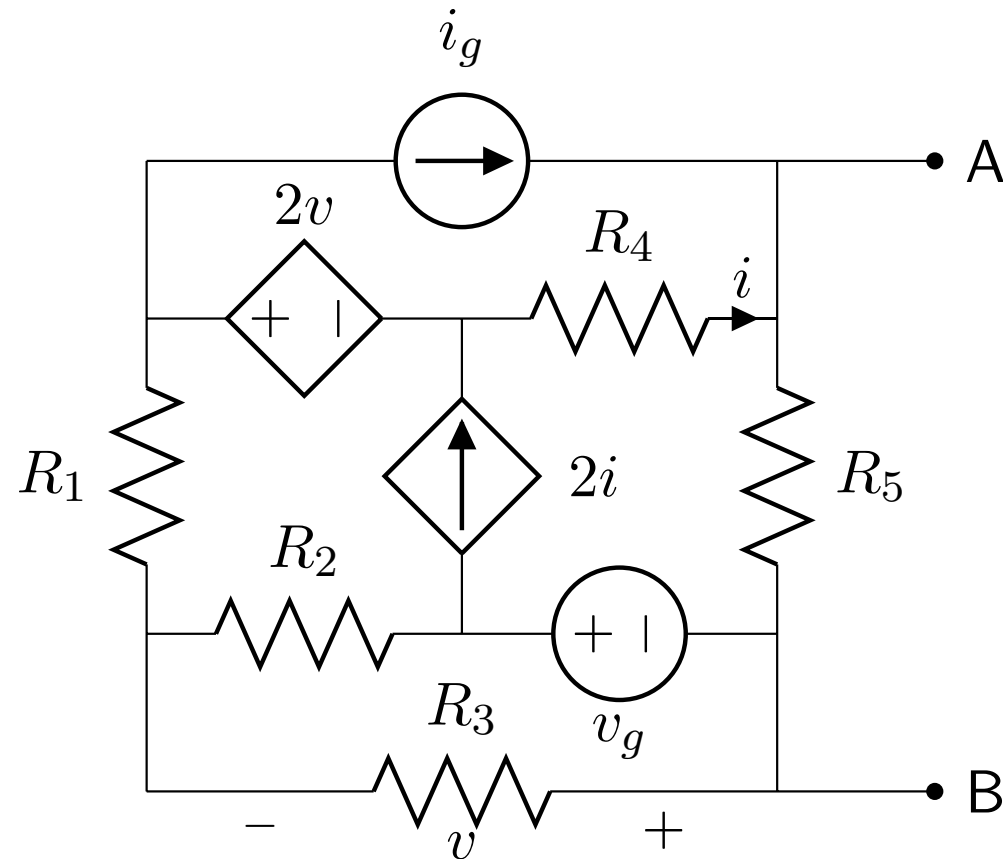
$$R_2 = \gamma \text{ [\Omega]}$$

$$R_3 = \kappa \text{ [\Omega]}$$

$$R_4 = \lambda \text{ [\Omega]}$$

Ejercicio 5-24*

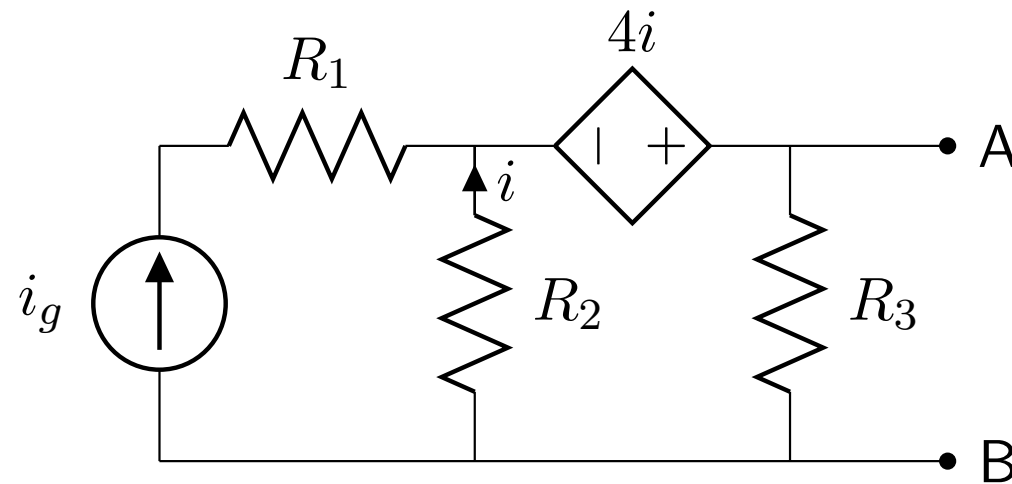
Calcula el valor de la resistencia que colocada entre A y B consume la máxima potencia [Ω].



Datos: $v_g = \eta$ [V], $i_g = \alpha$ [A], $R_1 = \beta$ [Ω], $R_2 = \gamma$ [Ω], $R_3 = \delta$ [Ω], $R_4 = \epsilon$ [Ω], $R_5 = \theta$ [Ω]

Ejercicio 5-25*

Calcula el valor de la resistencia que colocada entre A y B consume la máxima potencia $[\Omega]$.



Datos: $i_g = \alpha$ [A], $R_1 = \beta$ $[\Omega]$, $R_2 = \gamma$ $[\Omega]$, $R_3 = \delta$ $[\Omega]$

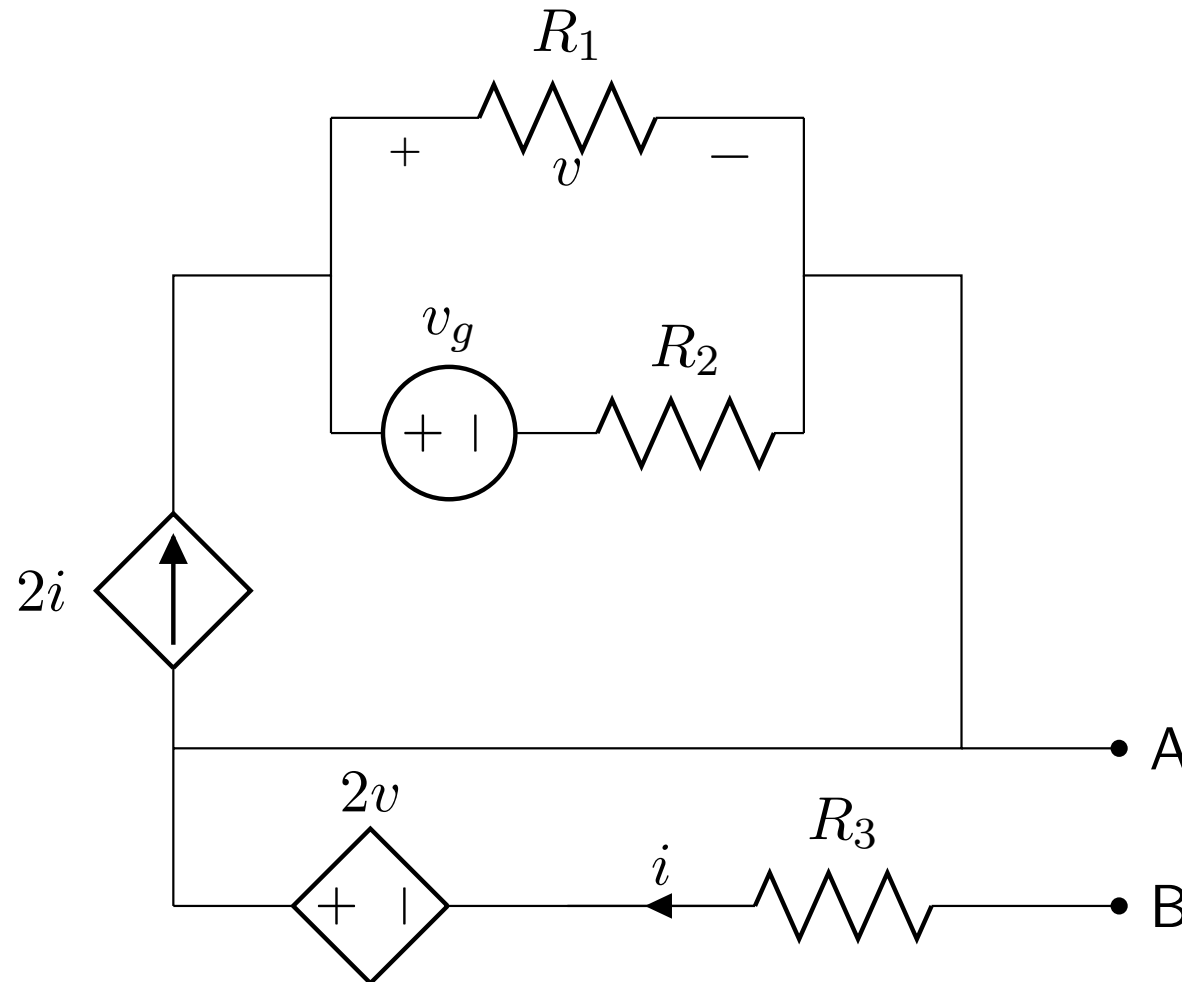
Ejercicio 5-26*

Para el circuito de la figura, calcula de manera independiente la tensión Thevenin, la resistencia Thevenin, y la intensidad Norton entre los terminales A y B.

a) V_{th} [V]

b) R_{th} [Ω]

c) I_{nt} [A]



$$v_g = \alpha \text{ [V]}$$

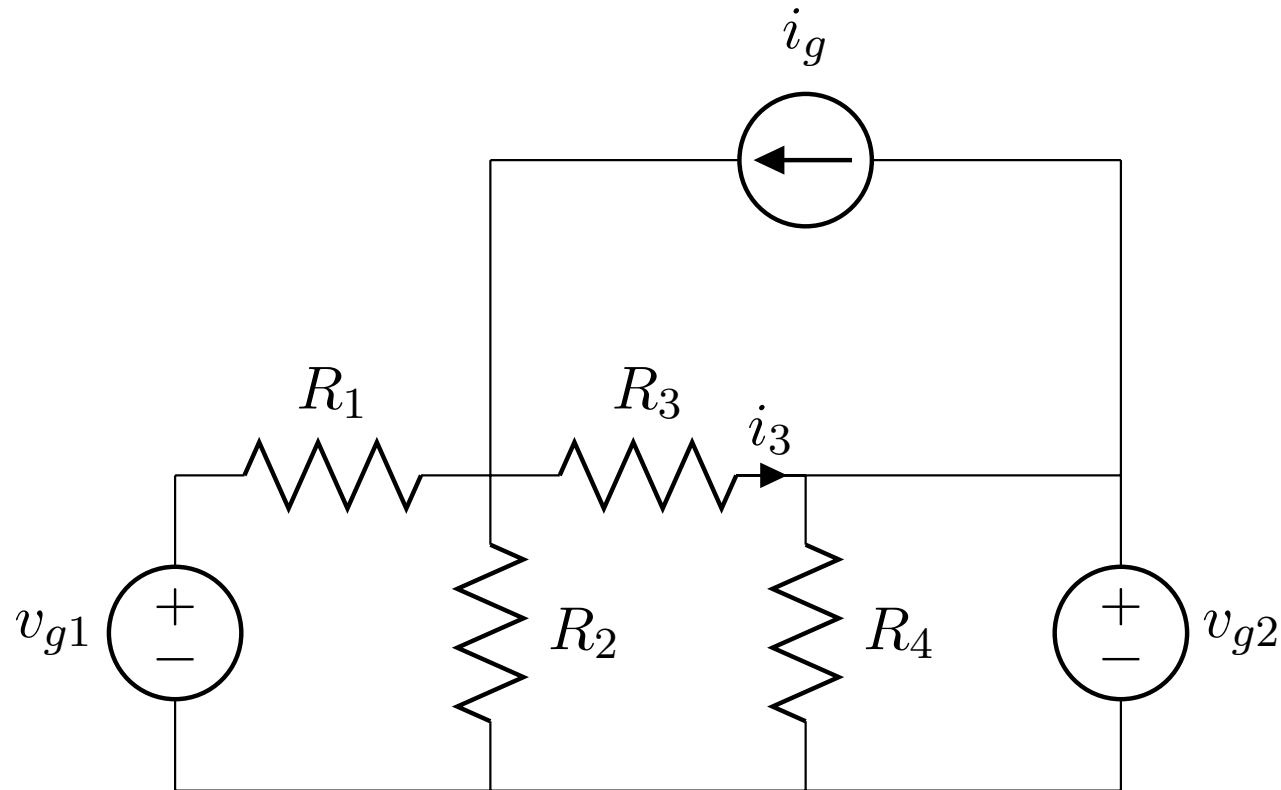
$$R_1 = \beta \text{ } [\Omega]$$

$$R_2 = \gamma \text{ } [\Omega]$$

$$R_3 = \delta \text{ } [\Omega]$$

Ejercicio 5-27*

Resuelve el circuito usando el método de superposición y calcula i_3 [A]



Datos: $v_{g1} = \alpha$ [V], $v_{g2} = \theta$ [V], $i_g = \epsilon$ [A], $R_1 = \beta$ [Ω], $R_2 = \gamma$ [Ω], $R_3 = \delta$ [Ω], $R_4 = \eta$ [Ω]