

Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

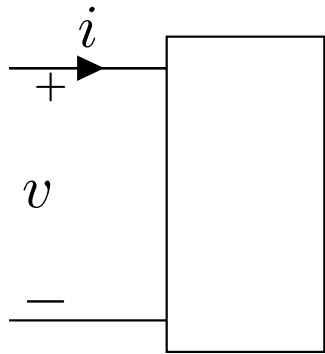
Tema 10: Potencia en circuitos trifásicos

Contenidos

- Potencia instantánea
- Potencia activa, reactiva y aparente
- Compensación reactiva
- Medida de potencia activa y reactiva

Potencia instantánea

Potencia instantánea en un circuito de alterna monofásico



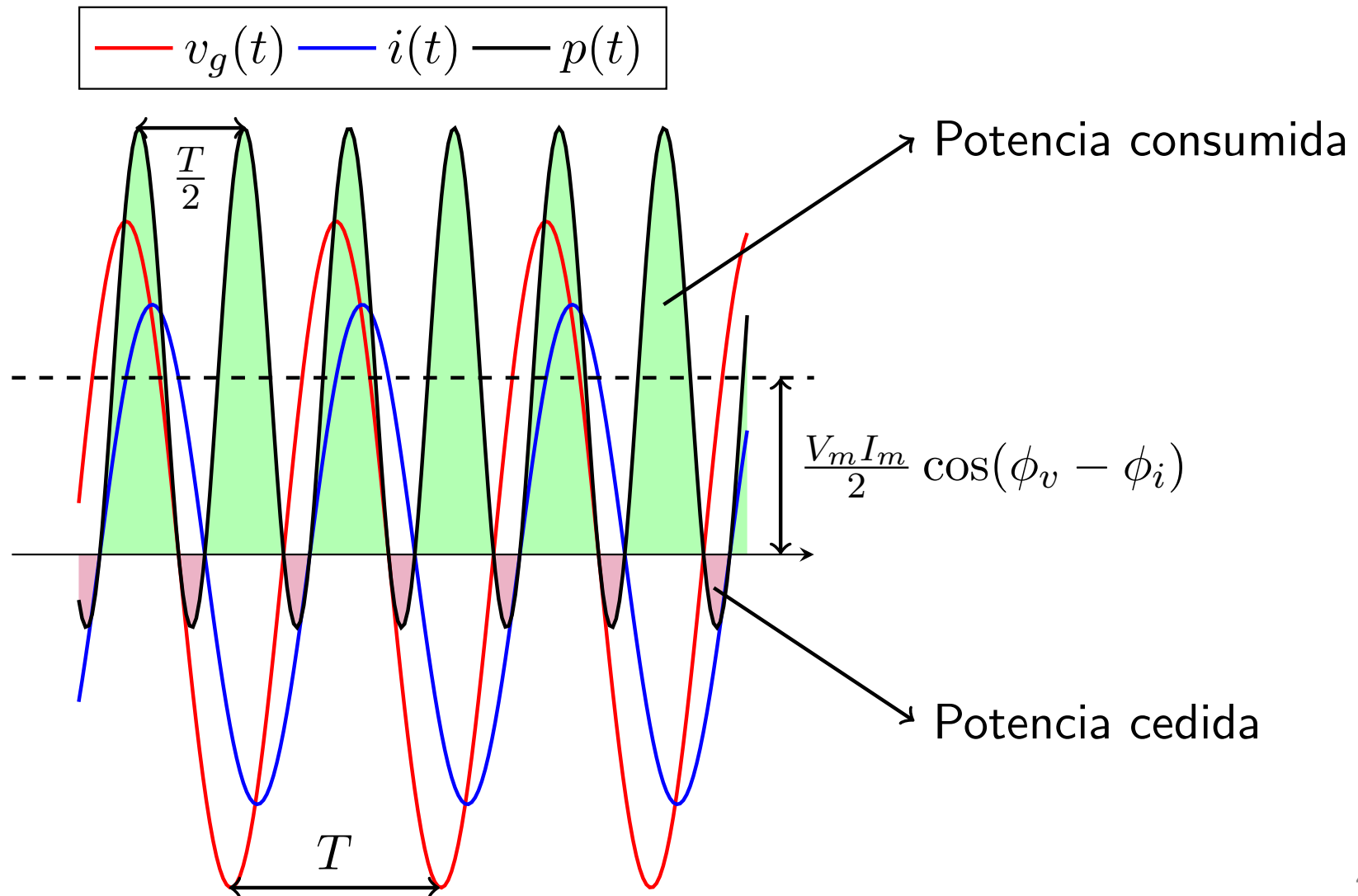
$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_v)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$$

$$p(t) = \underbrace{\frac{V_m I_m}{2} \cos(\phi_v - \phi_i) (1 + \cos 2\omega t)}_{\text{Potencia activa (P)}} - \underbrace{\frac{V_m I_m}{2} \sin(\phi_v - \phi_i) \sin 2\omega t}_{\text{Potencia reactiva (Q)}}$$

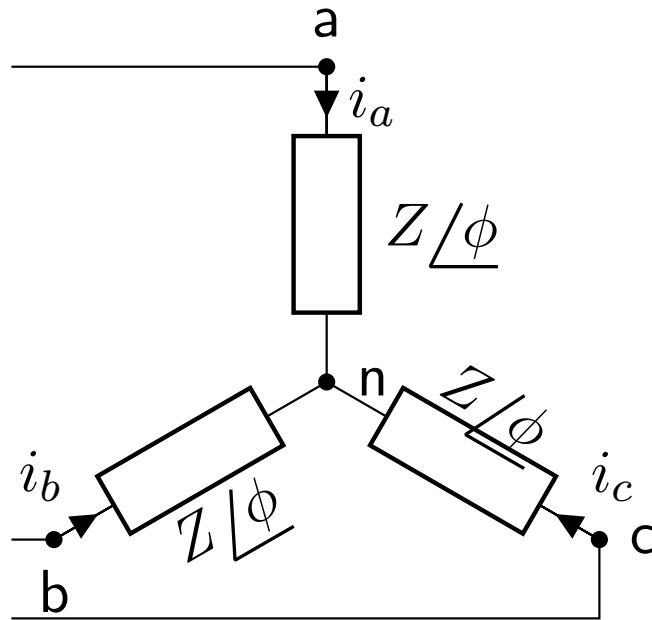
Potencia instantánea

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} \cos(2\omega t + \phi_v - \phi_i) + \frac{V_m I_m}{2} \cos(\phi_v - \phi_i)$$



Potencia instantánea

Potencia instantánea en un circuito de alterna trifásico (s. directa)



$$v_{an}(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t)$$

$$v_{bn}(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t - 120)$$

$$v_{cn}(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t + 120)$$

$$i_a(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t - \phi)$$

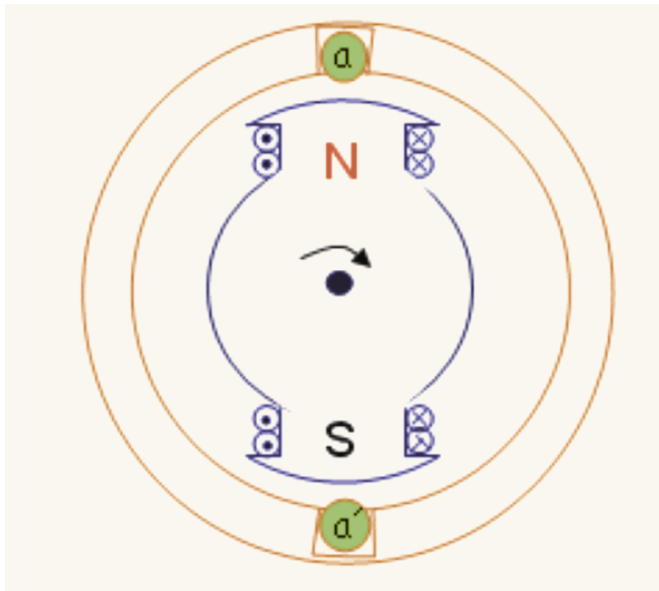
$$i_b(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t - \phi - 120)$$

$$i_c(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t - \phi + 120)$$

$$\begin{aligned} p(t) &= p_a(t) + p_b(t) + p_c(t) = u_{an}(t)i_a(t) + u_{bn}(t)i_b(t) + u_{cn}(t)i_c(t) = \\ &= 2VI \cos(\omega t) \cos(\omega t - \phi) + 2VI \cos(\omega t - 120) \cos(\omega t - \phi - 120) + \\ &+ 2VI \cos(\omega t + 120) \cos(\omega t - \phi + 120) = VI \left(\cos(2\omega t - \phi) + \cos(\phi) + \right. \\ &+ \cos(2\omega t - 240 - \phi) + \cos(\phi) + \cos(2\omega t + 240 - \phi) + \cos(\phi) \left. \right) = \\ &= 3VI \cos(\phi) \rightarrow \text{Potencia instantánea constante!!} \end{aligned}$$

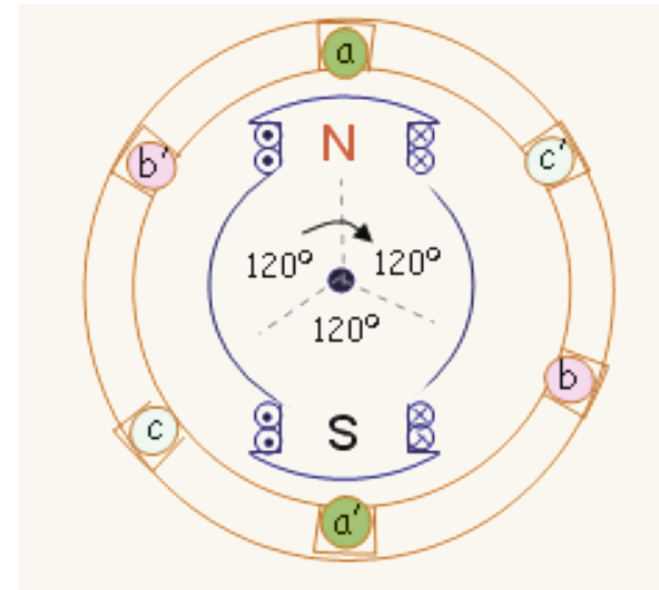
Potencia instantánea

Alternador monofásico



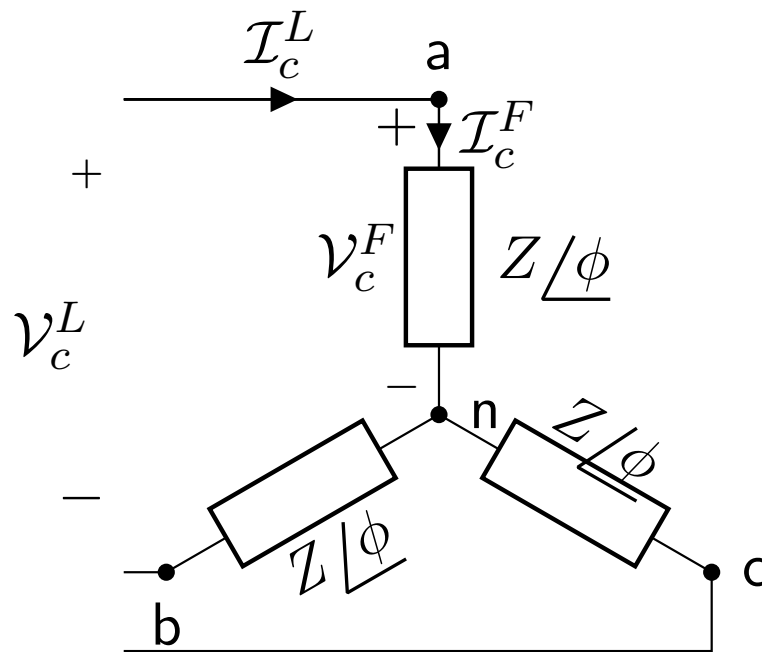
- P. instantánea variable
- P. activa menor
- Mayor tamaño
- Más vibraciones y fatiga

Alternador trifásico



- P. instantánea constante
- P. activa mayor
- Menor tamaño
- Menos vibraciones y fatiga

Potencia activa, reactiva y aparente



$$|\mathcal{V}_c^L| = \sqrt{3}|\mathcal{V}_c^F|$$

$$|\mathcal{I}_c^L| = |\mathcal{I}_c^F|$$

$$P_a = P_b = P_c = |\mathcal{V}_c^F| |\mathcal{I}_c^F| \cos \phi$$

$$P = P_a + P_b + P_c$$

$$P = 3|\mathcal{V}_c^F| |\mathcal{I}_c^F| \cos \phi$$

$$P = \sqrt{3}|\mathcal{V}_c^L| |\mathcal{I}_c^L| \cos \phi$$

$$Q_a = Q_b = Q_c = |\mathcal{V}_c^F| |\mathcal{I}_c^F| \sin \phi$$

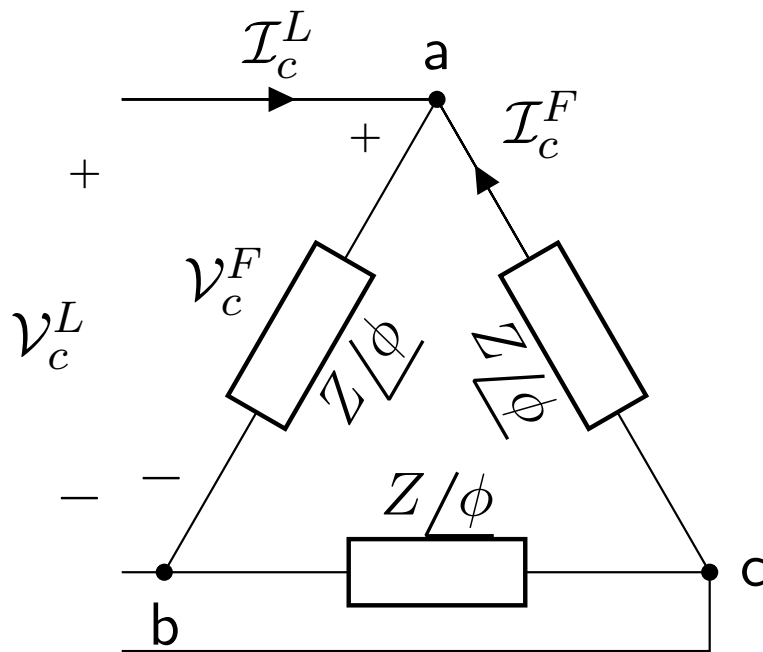
$$Q = Q_a + Q_b + Q_c$$

$$Q = 3|\mathcal{V}_c^F| |\mathcal{I}_c^F| \sin \phi$$

$$Q = \sqrt{3}|\mathcal{V}_c^L| |\mathcal{I}_c^L| \sin \phi$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}|\mathcal{V}_c^L| |\mathcal{I}_c^L|$$

Potencia activa, reactiva y aparente



$$|\mathcal{V}_c^L| = |\mathcal{V}_c^F|$$

$$|\mathcal{I}_c^L| = \sqrt{3}|\mathcal{I}_c^F|$$

$$P_a = P_b = P_c = |\mathcal{V}_c^F| |\mathcal{I}_c^F| \cos \phi$$

$$P = P_a + P_b + P_c$$

$$P = 3|\mathcal{V}_c^F| |\mathcal{I}_c^F| \cos \phi$$

$$P = \sqrt{3} |\mathcal{V}_c^L| |\mathcal{I}_c^L| \cos \phi$$

$$Q_a = Q_b = Q_c = |\mathcal{V}_c^F| |\mathcal{I}_c^F| \sin \phi$$

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c$$

$$Q = 3|\mathcal{V}_c^F| |\mathcal{I}_c^F| \sin \phi$$

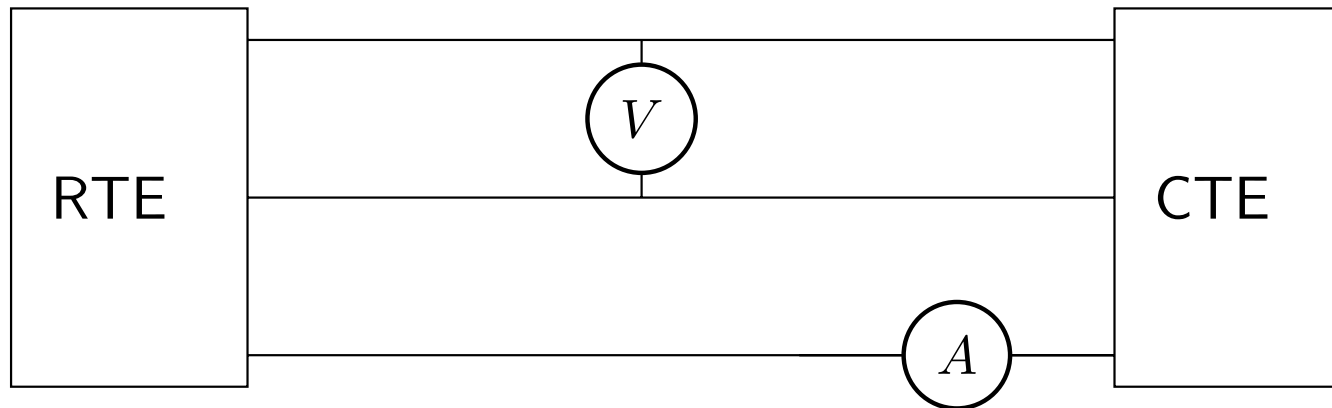
$$Q = \sqrt{3} |\mathcal{V}_c^L| |\mathcal{I}_c^L| \sin \phi$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} |\mathcal{V}_c^L| |\mathcal{I}_c^L|$$

Ejercicio 10-1

Una red trifásica equilibrada alimenta (RTE) alimenta a una carga trifásica equilibrada (CTE) con una impedancia de fase $\mathcal{Z}_c$. Calcula la potencia activa consumida por la carga [kW,con] si:

- a) la carga está conectada en estrella
- b) la carga está conectada en triángulo

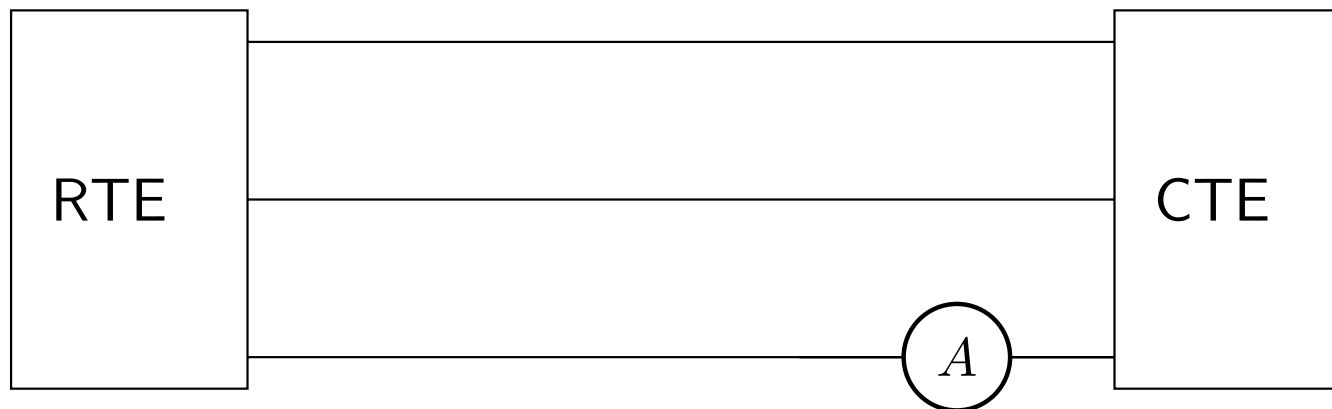


Datos: $V = 200 + 10 \cdot \kappa$ [V], $A = 10 \cdot \lambda$ [A], $\mathcal{Z}_c = \alpha + j\beta$ [Ω]

Ejercicio 10-2

Una RTE con tensión de línea V_g^L alimenta una CTE que consume una potencia activa P_c con un factor de potencia igual a $0,1 \cdot \alpha$ (ind). Calcula

- | | | |
|---------------------|---|--|
| a) A [A] | c) $\text{Re}(\mathcal{Z}^\Delta)$ [Ω] | e) $\text{Re}(\mathcal{Z}^Y)$ [Ω] |
| b) Q_c [kVAr,con] | d) $\text{Im}(\mathcal{Z}^\Delta)$ [Ω] | f) $\text{Im}(\mathcal{Z}^Y)$ [Ω] |



$\mathcal{Z}^\Delta \rightarrow$ Impedancia de fase para carga en triángulo

$\mathcal{Z}^Y \rightarrow$ Impedancia de fase para carga en estrella

Datos: $V_g^L = 200 + 10 \cdot \epsilon$ [V], $P_c = \eta$ [kW,con]

Ejercicio 10-3

Una RTE alimenta dos CTEs. Calcula

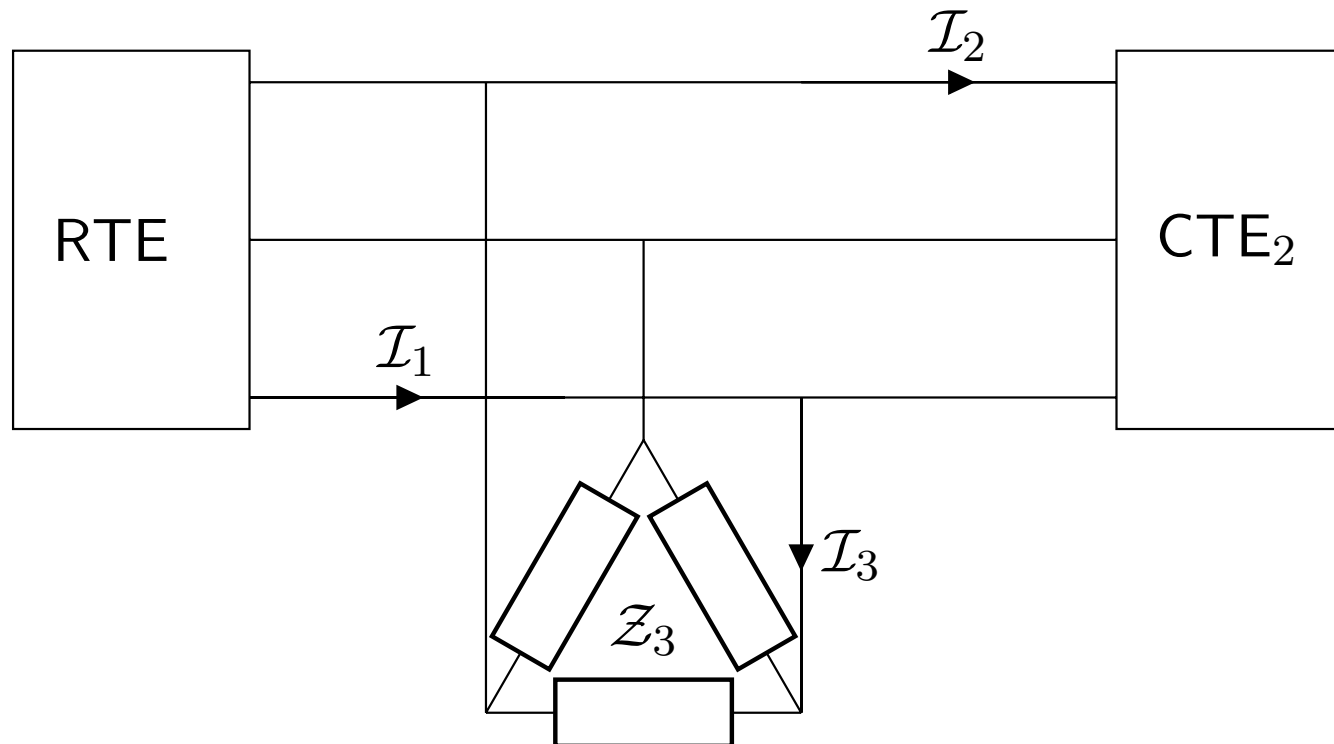
a) $|\mathcal{I}_1|$ [A]

c) $|\mathcal{I}_3|$ [A]

e) Q_g [kVAr,gen]

b) $|\mathcal{I}_2|$ [A]

d) P_g [kW,gen]

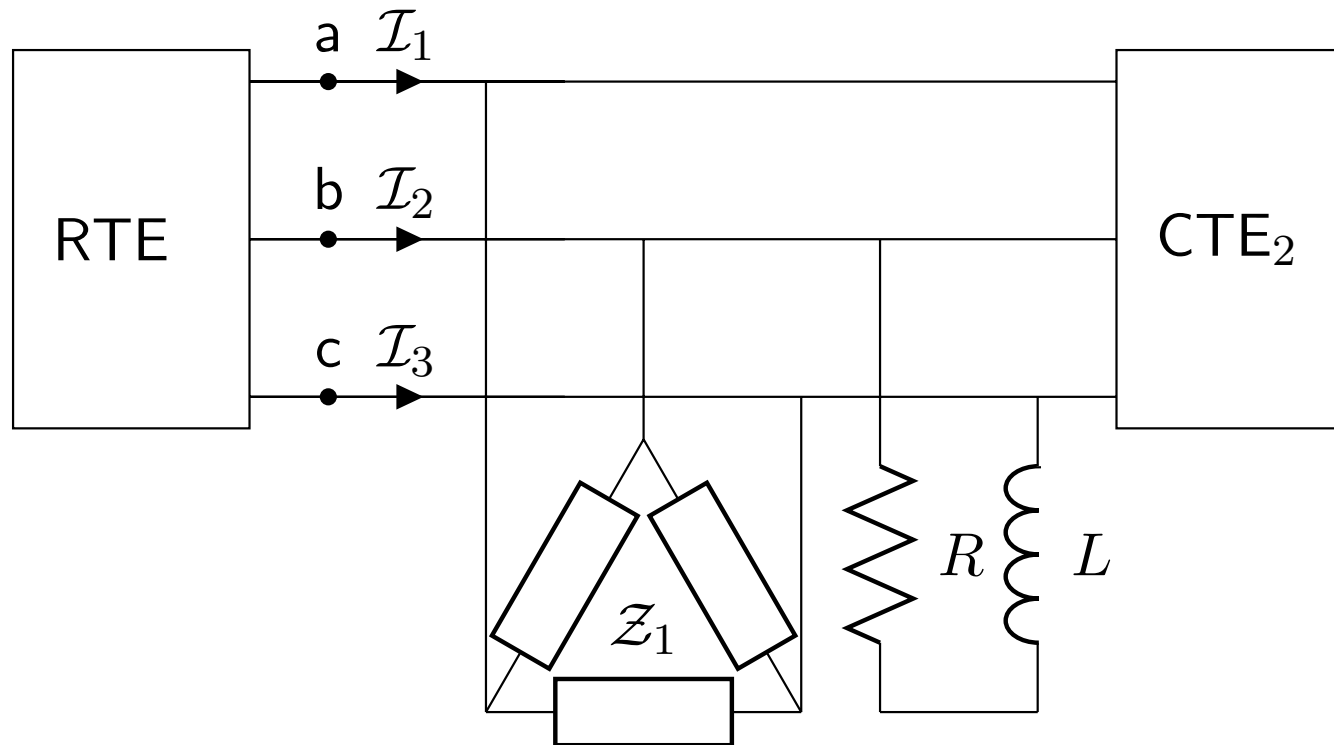


Datos: $V_g^L = 200 + 10 \cdot \alpha$ [V], $Q_2 = \eta$ [kVAr,gen], $\cos \phi_2 = 0,1 \cdot \beta$ (cap), $\mathcal{Z}_3 = \gamma + j\delta$ [Ω]

Ejercicio 10-4

Una RTE (s. directa) alimenta dos CTEs y una carga monofásica entre las fases b y c. Calcula

- a) $|\mathcal{I}_1|$ [A] c) $|\mathcal{I}_3|$ [A] e) Q_g [kVAr,gen]
 b) $|\mathcal{I}_2|$ [A] d) P_g [kW,gen]

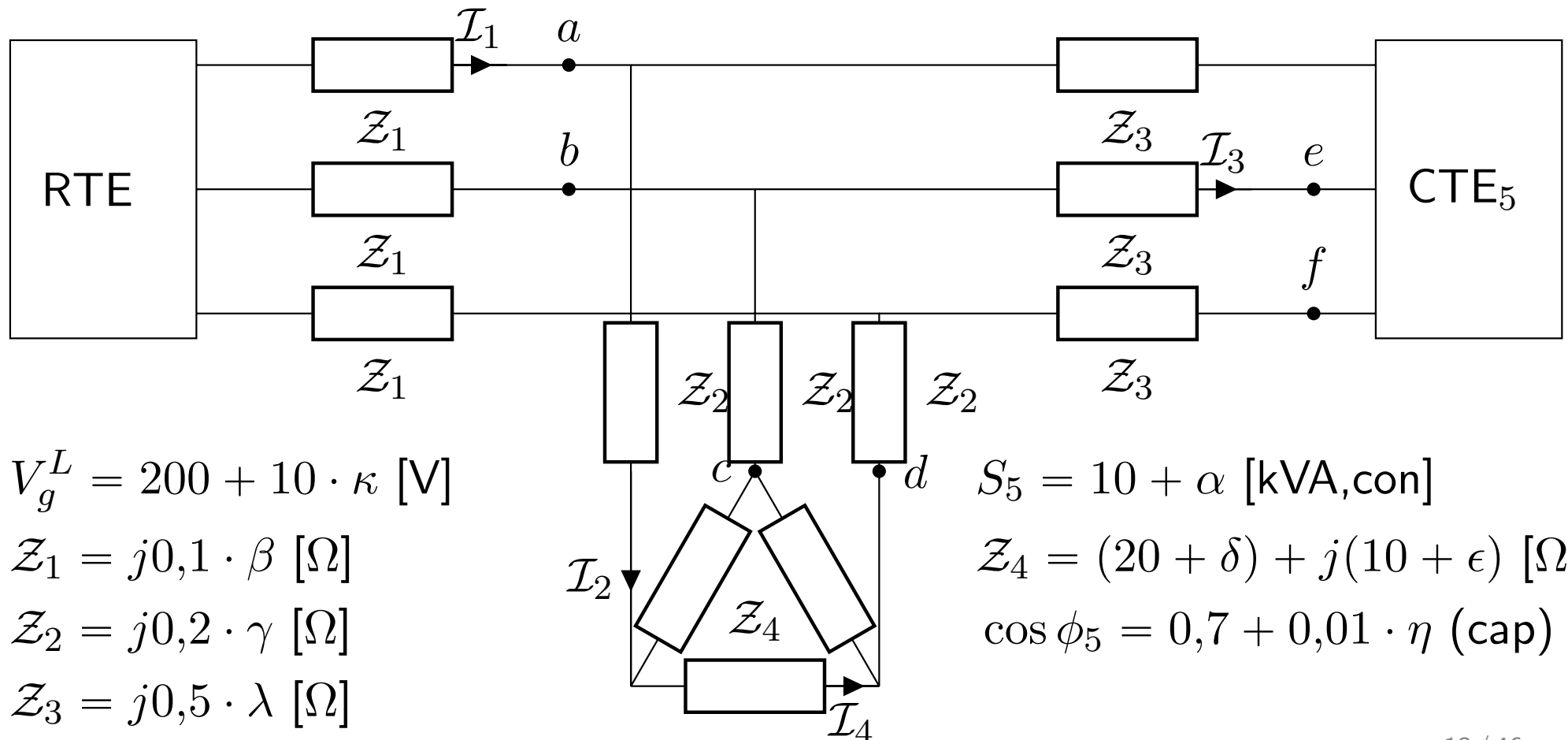


Datos: $V_g^L = 200 + 10 \cdot \beta$ [V], $f = 50$ [Hz], $S_2 = \gamma$ [kVA,con], $\cos \phi_2 = 0,1 \cdot \delta$ (cap), $Z_1 = \epsilon - j\eta$ [Ω], $R = \theta$ [Ω], $L = \kappa$ [mH]

Ejercicio 10-5

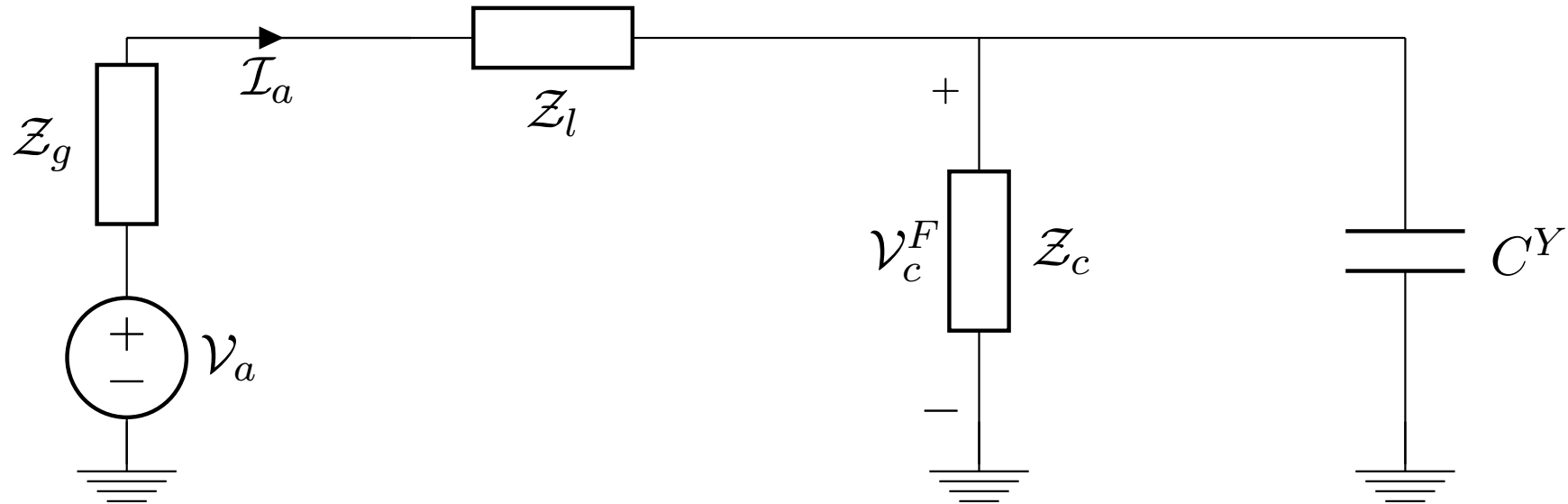
La carga CTE₅ **consumiría** una potencia S_5 con fdp $\cos \phi_5$ (cap) a la tensión de línea nominal de $200 + 10 \cdot \kappa$ [V]. Calcula

- a) $|\mathcal{I}_1|$ [A] c) $|\mathcal{I}_3|$ [A] e) $|\mathcal{V}_{ab}|$ [V] g) $|\mathcal{V}_{ef}|$ [V]
 b) $|\mathcal{I}_2|$ [A] d) $|\mathcal{I}_4|$ [A] f) $|\mathcal{V}_{cd}|$ [V]



Compensación de reactiva

Para compensar reactiva usamos el equivalente monofásico estrella-estrella



$$C^Y = \frac{P_a(\tan \phi - \tan \phi')}{2\pi f (V_c^F)^2} = \frac{\frac{P}{3}(\tan \phi - \tan \phi')}{2\pi f \left(\frac{V_c^L}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{P(\tan \phi - \tan \phi')}{2\pi f (V_c^L)^2}$$

$$C^\Delta = \frac{C^Y}{3}$$

$P \rightarrow$ Potencia activa consumida por la carga trifásica equilibrada

$\cos \phi / \cos \phi' \rightarrow$ Factor de potencia inicial/deseado de la carga trifásica

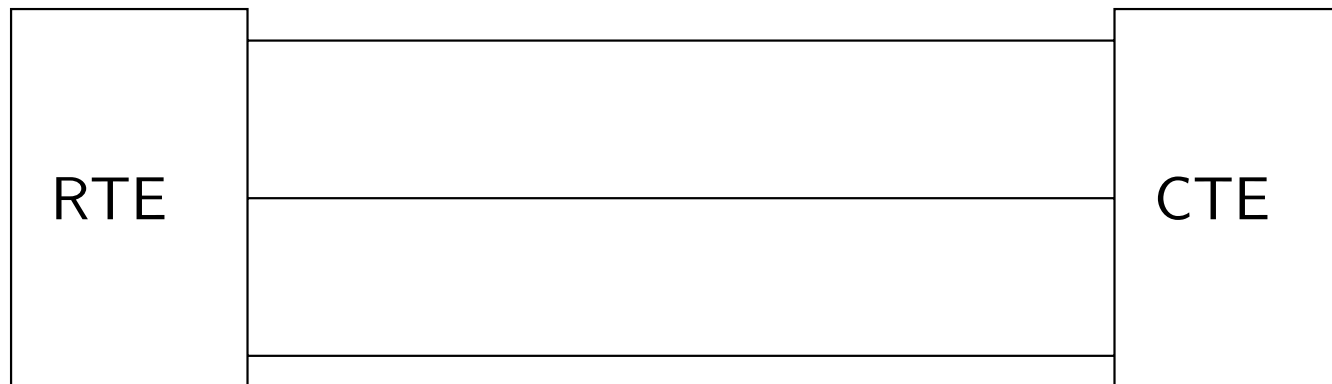
$V_c^L \rightarrow$ Módulo de la tensión de línea en bornas de la carga a compensar

Ejercicio 10-6

Una RTE alimenta una CTE. Calcula la capacidad de la batería de condensadores a colocar en paralelo con dicha carga para el factor de potencia sea la unidad.

a) C^Y [μF]

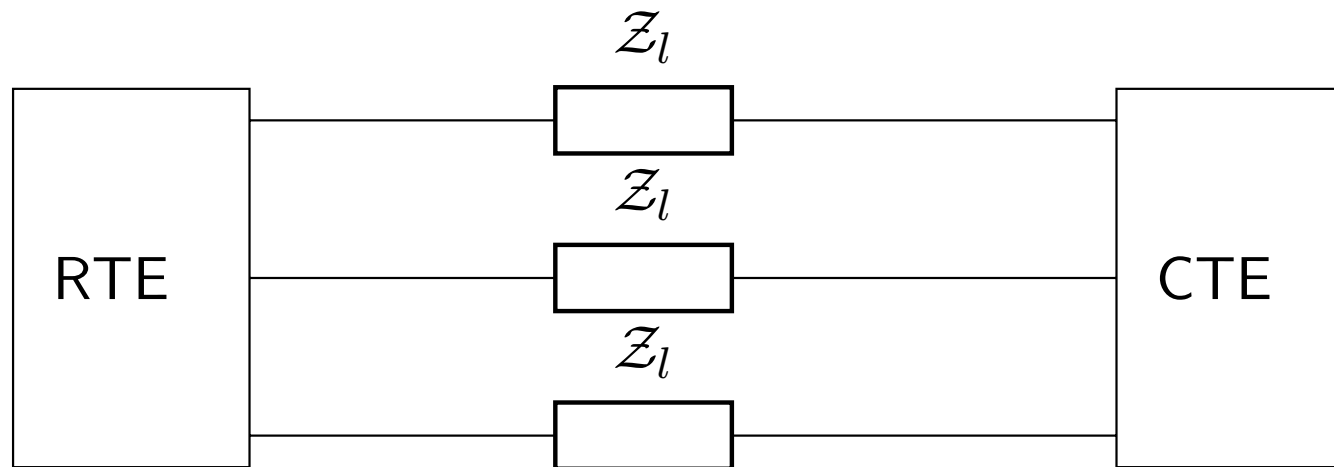
b) C^Δ [μF]



Datos: $V_g^L = 200 + 10 \cdot \alpha$ [V], $f = 50$ [Hz], $P_c = \beta$ [kW,con], $\cos \phi_c = 0,8 + 0,01 \cdot \gamma$ (ind)

Ejercicio 10-7

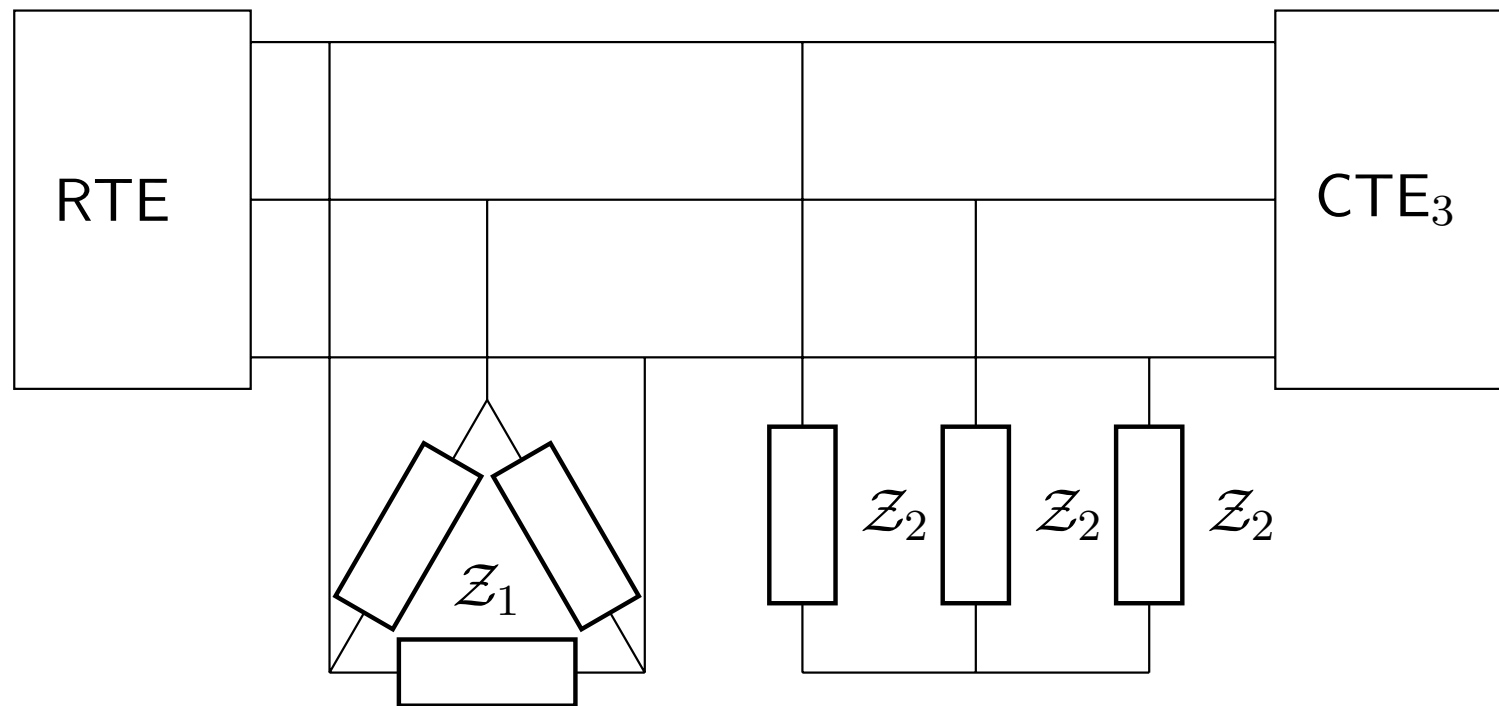
Una RTE alimenta una CTE que **consumiría** una potencia P_c con fdp $\cos \phi_c$ a la tensión de línea nominal de $200 + 10\alpha$ [V]. Calcula la capacidad de la batería de condensadores [μ F] a colocar en estrella en paralelo con dicha carga para el factor de potencia resultante sea la unidad.



Datos: $V_g^L = 200 + 10 \cdot \alpha$ [V], $f = 50$ [Hz], $P_c = \beta$ [kW,con], $\cos \phi_c = 0,8 + 0,01 \cdot \gamma$ (ind), $Z_l = \delta + j\epsilon$ [Ω]

Ejercicio 10-8

Una RTE alimenta tres CTEs. Calcula la capacidad de la batería de condensadores a colocar en triángulo [μF] en paralelo con las tres cargas para que el factor de potencia resultante sea $0,9 + 0,01 \cdot \beta$ (ind).

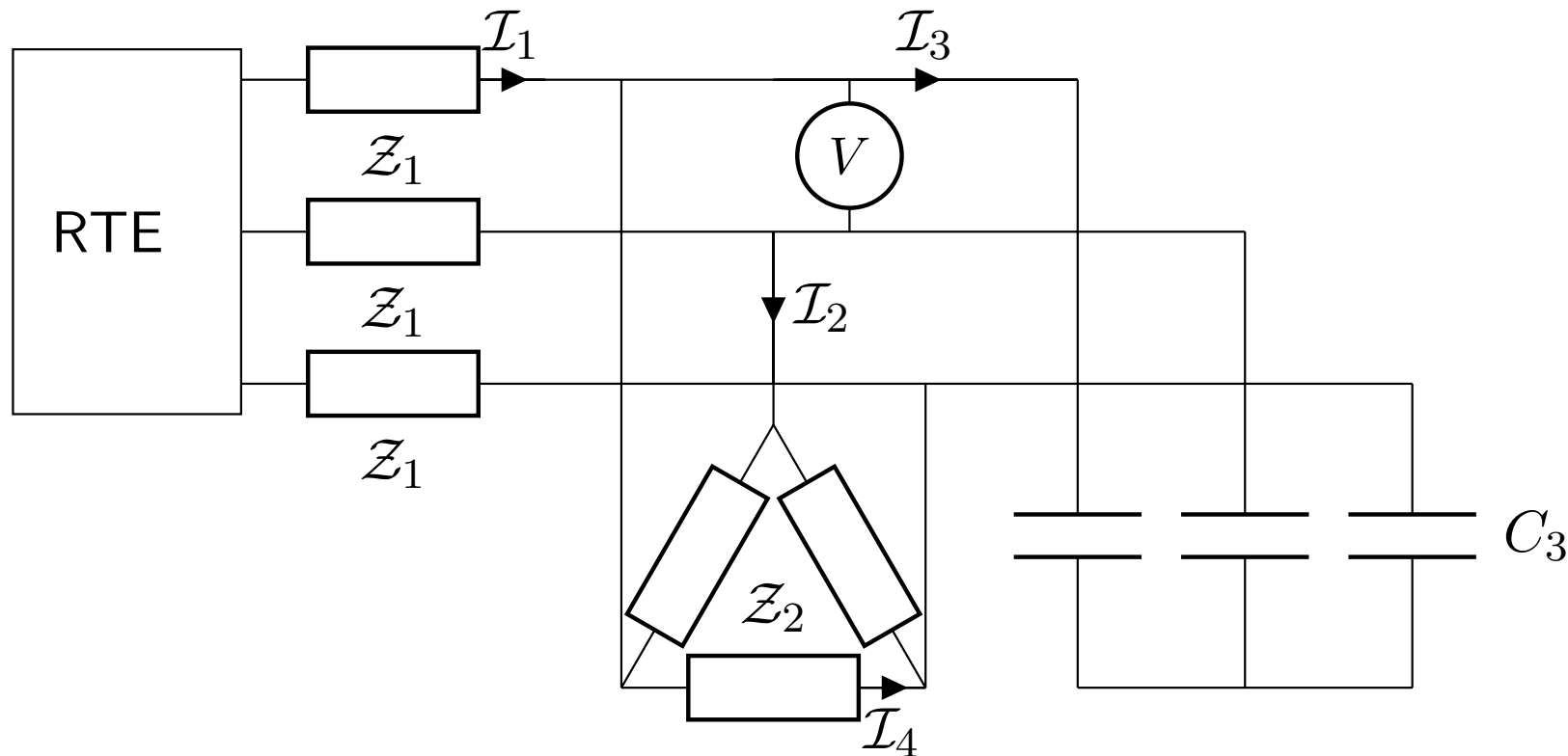


Datos: $V_g^L = 200 + 10 \cdot \alpha$ [V], $f = 50$ [Hz], $Z_1 = \gamma + j\delta$ [Ω], $Z_2 = \epsilon + j\eta$ [Ω], $P_3 = \theta$ [kW,con], $\cos \phi_3 = 0,1 \cdot \kappa$ (ind)

Ejercicio 10-9*

Una RTE alimenta dos CTEs. Sabiendo que el factor de potencia del conjunto de las dos cargas es la unidad calcula

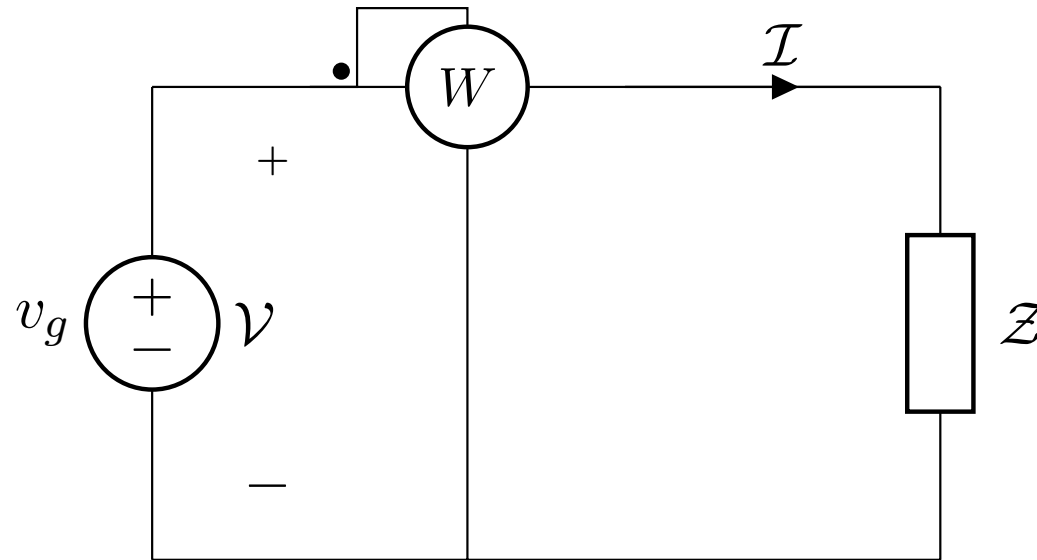
- | | | | |
|----------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------|
| a) C_3 [μF] | c) $ \mathcal{I}_2 $ [A] | e) $ \mathcal{I}_4 $ [A] | g) P_g [kW,g] |
| b) $ \mathcal{I}_1 $ [A] | d) $ \mathcal{I}_3 $ [A] | f) V [V] | h) Q_g [kVAr,g] |



Datos: $V_g^L = 300 + 10 \cdot \alpha$ [V], $f = 50$ [Hz], $Z_1 = \gamma + j\delta$ [Ω], $Z_2 = (30 + \epsilon) + j(20 + \eta)$ [Ω]

Medida de potencia activa

La representación de un vatímetro en un circuito es la siguiente:



$$\mathcal{V} = V \angle \phi_v$$
$$\mathcal{I} = I \angle \phi_i$$

- Los puntos indican los terminales correspondientes de las bobinas. El vatímetro de la figura medirá

$$W = VI \cos(\phi_v - \phi_i)$$

- Si $\cos(\phi_v - \phi_i) < 0$, el vatímetro no medirá nada
- El vatímetro mide el consumo de potencia activa “aguas abajo”

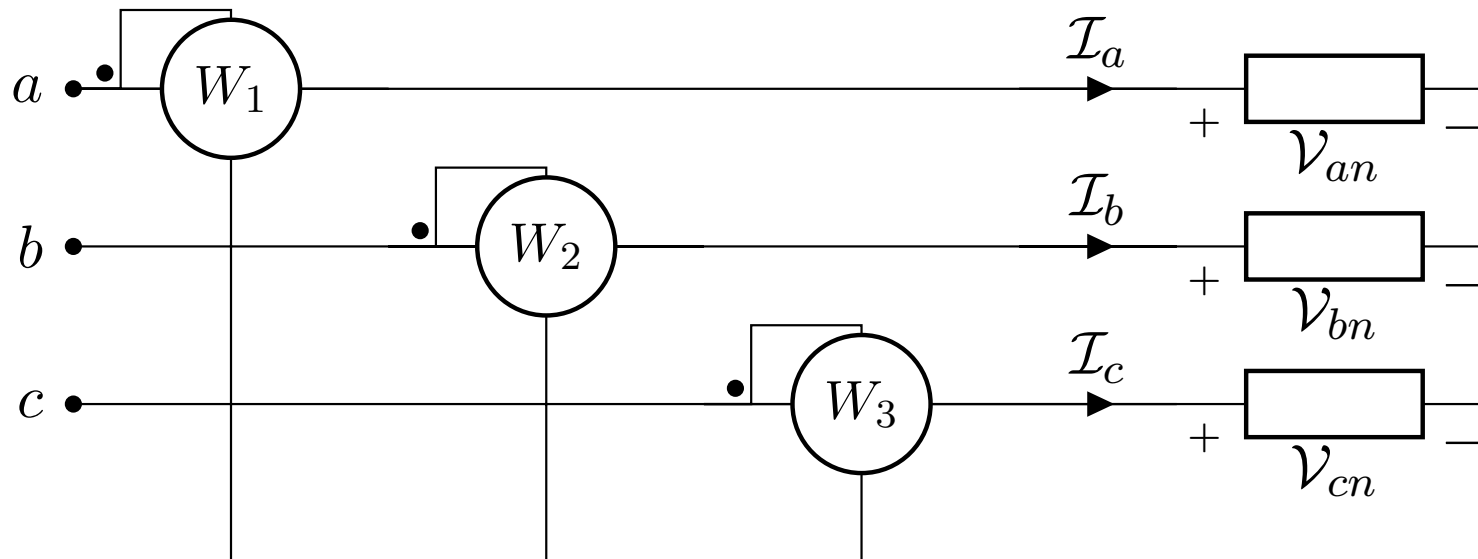
Medida de potencia activa y reactiva

Los métodos para medir la potencia en un circuito trifásico son:

Circuito	Número vatímetros	Activa	Reactiva
Desequilibrado con neutro	3	✓	✗
Equilibrado con neutro	3	✓	✗
Equilibrado con neutro	1	✓	✗
Equilibrado sin neutro	3	✓	✗
Equilibrado sin neutro	2	✓	✓
Desequilibrado sin neutro	2	✓	✗
Equilibrado sin neutro	1	✗	✓

Método de tres vatímetros con neutro (activa)

Este método se puede aplicar a circuitos trifásicos equilibrados y desequilibrados con acceso al neutro



$$W_1 = |V_{an}| |I_a| \cos(\widehat{V_{an}, I_a}) = P_a$$

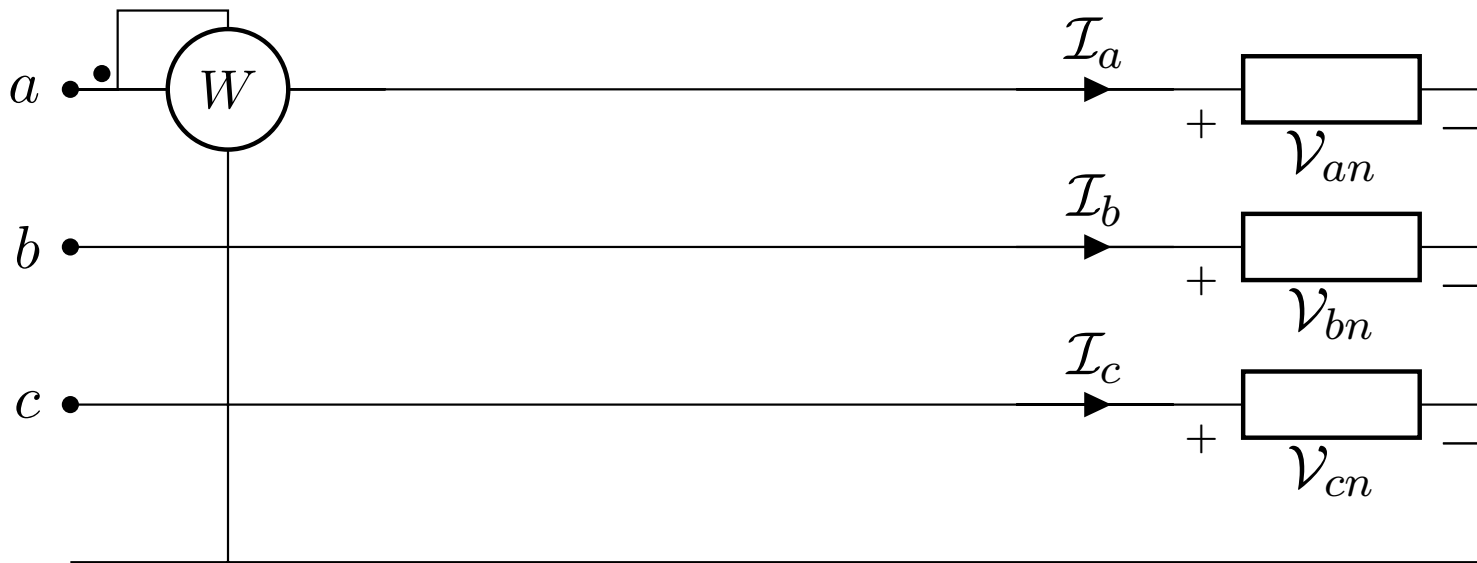
$$W_2 = |V_{bn}| |I_b| \cos(\widehat{V_{bn}, I_b}) = P_b$$

$$W_3 = |V_{cn}| |I_c| \cos(\widehat{V_{cn}, I_c}) = P_c$$

$$P = P_a + P_b + P_c \implies \boxed{P = W_1 + W_2 + W_3}$$

Método de un vatímetro con neutro (activa)

Este método es únicamente válido para circuitos trifásicos equilibrados con acceso al neutro



$$|\mathcal{V}_{an}| = |\mathcal{V}_{bn}| = |\mathcal{V}_{cn}| \qquad |\mathcal{I}_a| = |\mathcal{I}_b| = |\mathcal{I}_c|$$

$$\cos(\widehat{\mathcal{V}_{an}, \mathcal{I}_a}) = \cos(\widehat{\mathcal{V}_{bn}, \mathcal{I}_b}) = \cos(\widehat{\mathcal{V}_{cn}, \mathcal{I}_c})$$

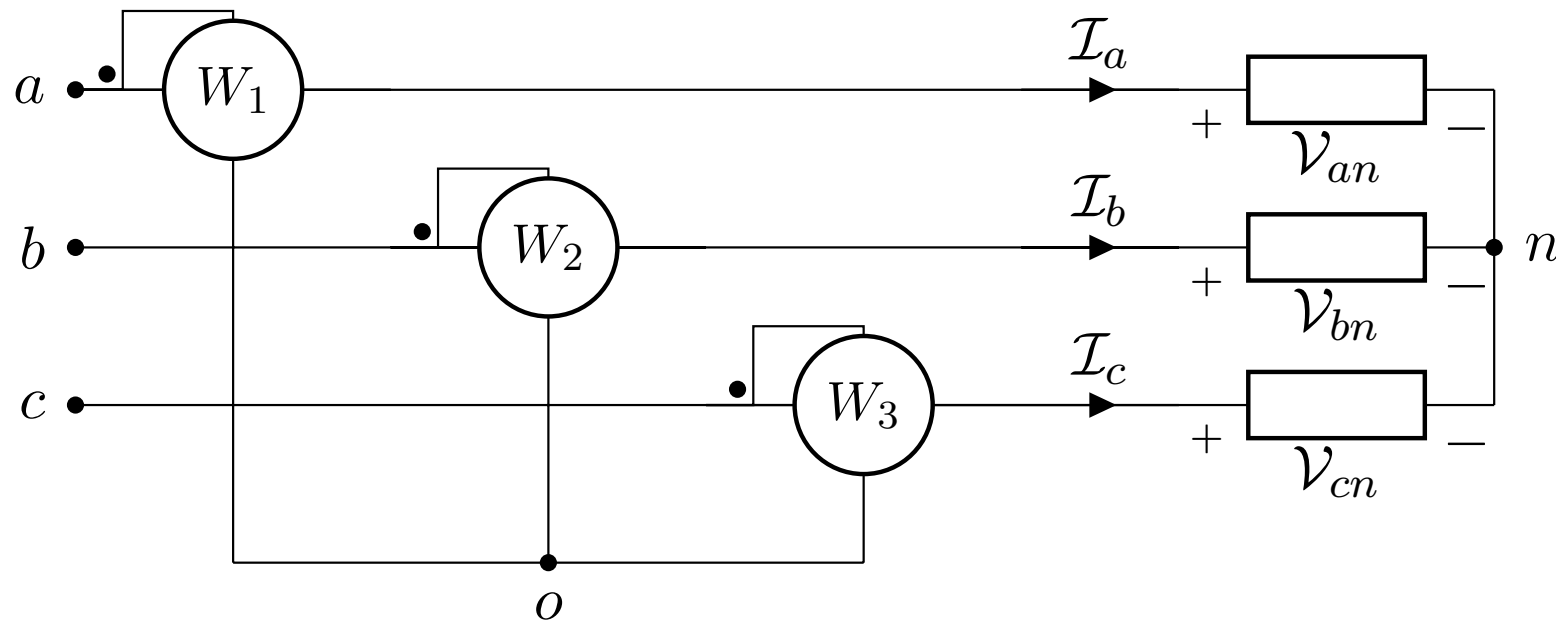
$$P_a = P_b = P_c$$

$$W = |\mathcal{V}_{an}| |\mathcal{I}_a| \cos(\widehat{\mathcal{V}_{an}, \mathcal{I}_a}) = P_a$$

$$P = P_a + P_b + P_c = 3 \cdot P_a \implies \boxed{P = 3 \cdot W}$$

Método de tres vatímetros sin neutro (activa)

Este método es válido para circuitos trifásicos equilibrados



$$\mathcal{V}_{ao}\mathcal{I}_a^* = (\mathcal{V}_{an} + \mathcal{V}_{no})\mathcal{I}_a^* = \mathcal{V}_{an}\mathcal{I}_a^* + \mathcal{V}_{no}\mathcal{I}_a^*$$

$$\mathcal{V}_{bo}\mathcal{I}_b^* = (\mathcal{V}_{bn} + \mathcal{V}_{no})\mathcal{I}_b^* = \mathcal{V}_{bn}\mathcal{I}_b^* + \mathcal{V}_{no}\mathcal{I}_b^*$$

$$\mathcal{V}_{co}\mathcal{I}_c^* = (\mathcal{V}_{cn} + \mathcal{V}_{no})\mathcal{I}_c^* = \mathcal{V}_{cn}\mathcal{I}_c^* + \mathcal{V}_{no}\mathcal{I}_c^*$$

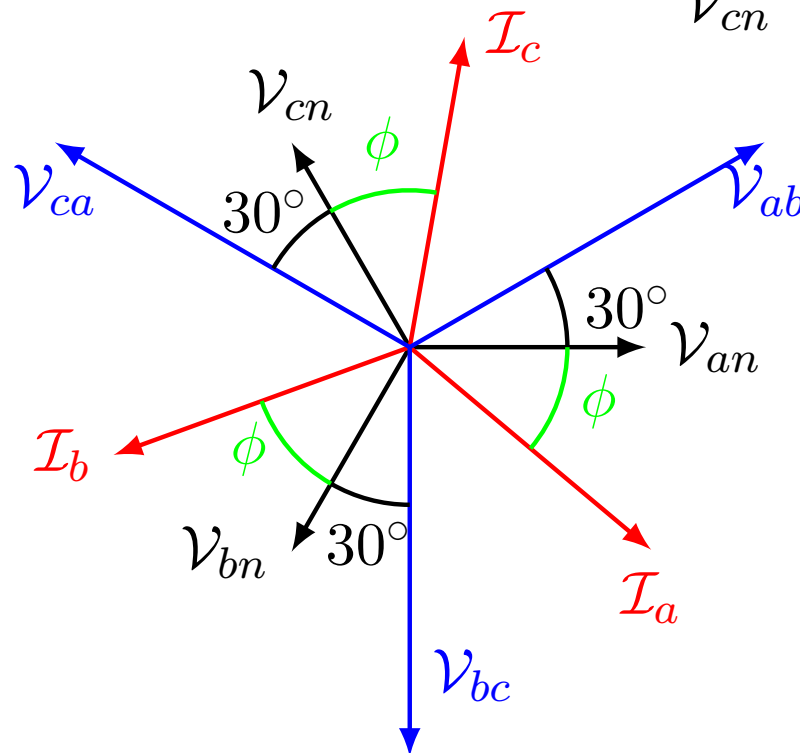
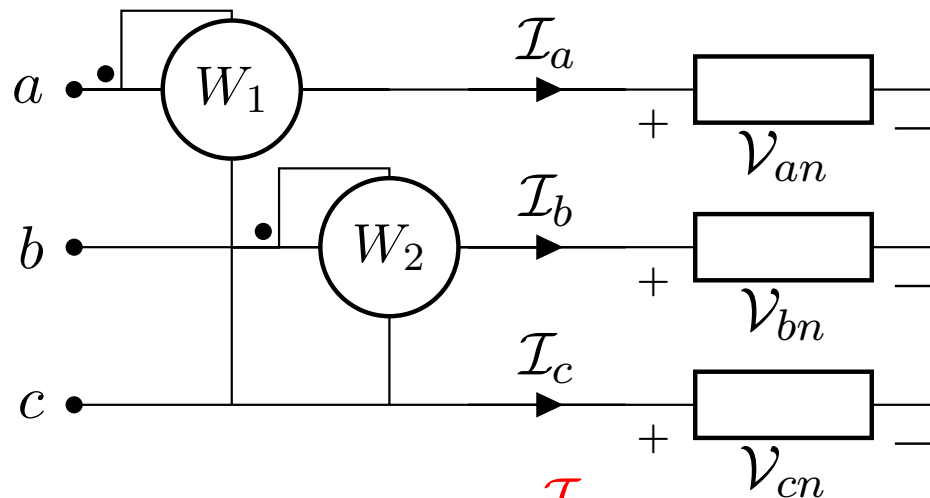
$$W_1 + W_2 + W_3 = \text{Re}(\mathcal{V}_{ao}\mathcal{I}_a^*) + \text{Re}(\mathcal{V}_{bo}\mathcal{I}_b^*) + \text{Re}(\mathcal{V}_{co}\mathcal{I}_c^*) =$$

$$= \text{Re}(\mathcal{V}_{an}\mathcal{I}_a^*) + \text{Re}(\mathcal{V}_{bn}\mathcal{I}_b^*) + \text{Re}(\mathcal{V}_{cn}\mathcal{I}_c^*) + \text{Re}(\mathcal{V}_{no}(\mathcal{I}_a^* + \mathcal{I}_b^* + \mathcal{I}_c^*)) \overset{0}{=}$$

$$= P_a + P_b + P_c \implies \boxed{P = W_1 + W_2 + W_3}$$

Método de dos vatímetros sin neutro (activa y reactiva)

Este método es válido para circuitos trifásicos equilibrados



Secuencia directa

$$W_1 = |\mathcal{V}_{ac}| |\mathcal{I}_a| \cos(\widehat{\mathcal{V}_{ac}, \mathcal{I}_a}) =$$

$$= V^L I^L \cos(\phi - 30^\circ) =$$

$$= V^L I^L \left(\cos \phi \frac{\sqrt{3}}{2} + \sin \phi \frac{1}{2} \right)$$

$$W_2 = |\mathcal{V}_{bc}| |\mathcal{I}_b| \cos(\widehat{\mathcal{V}_{bc}, \mathcal{I}_b}) =$$

$$= V^L I^L \cos(\phi + 30^\circ) =$$

$$= V^L I^L \left(\cos \phi \frac{\sqrt{3}}{2} - \sin \phi \frac{1}{2} \right)$$

$$W_1 + W_2 = \sqrt{3} V^L I^L \cos \phi \implies$$

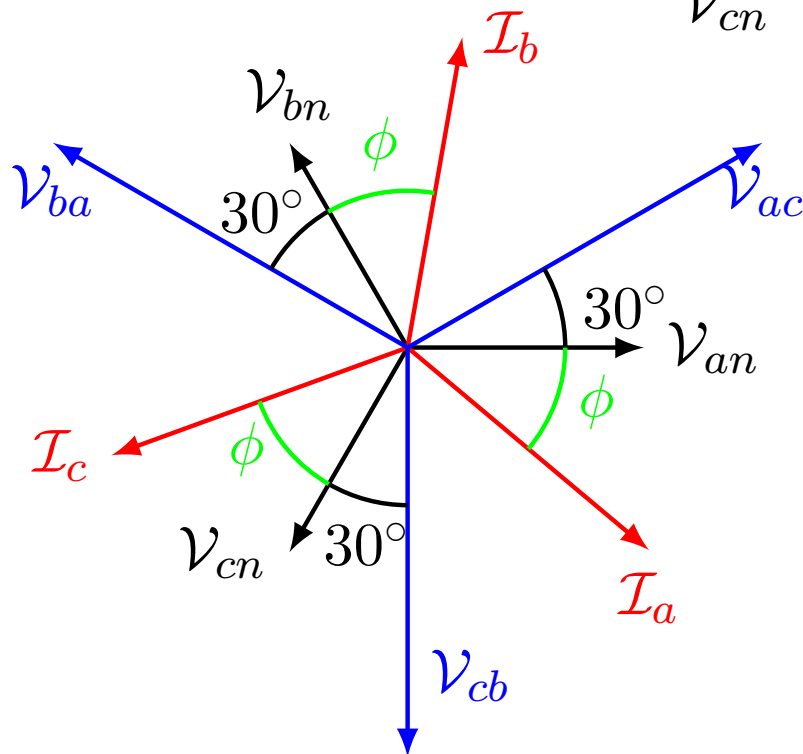
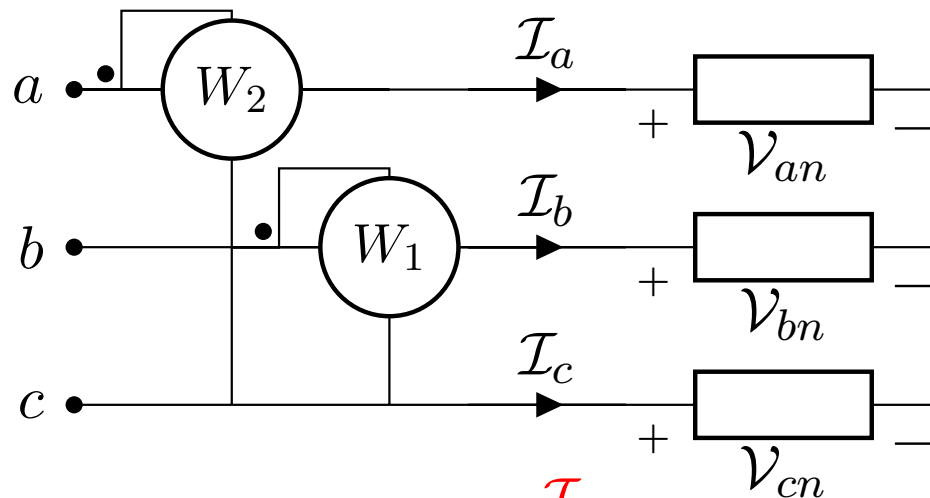
$$\boxed{P = W_1 + W_2}$$

$$W_1 - W_2 = V^L I^L \sin \phi \implies$$

$$\boxed{Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2)}$$

Método de dos vatímetros sin neutro (activa y reactiva)

Este método es válido para circuitos trifásicos equilibrados



Secuencia inversa

$$W_2 = |\mathcal{V}_{ac}| |\mathcal{I}_a| \cos(\widehat{\mathcal{V}_{ac}, \mathcal{I}_a}) = \\ = V^L I^L \cos(\phi + 30^\circ) =$$

$$= V^L I^L \left(\cos \phi \frac{\sqrt{3}}{2} - \sin \phi \frac{1}{2} \right)$$

$$W_1 = |\mathcal{V}_{bc}| |\mathcal{I}_b| \cos(\widehat{\mathcal{V}_{bc}, \mathcal{I}_b}) = \\ = V^L I^L \cos(\phi - 30^\circ) =$$

$$= V^L I^L \left(\cos \phi \frac{\sqrt{3}}{2} + \sin \phi \frac{1}{2} \right)$$

$$W_1 + W_2 = \sqrt{3} V^L I^L \cos \phi \implies$$

$$\boxed{P = W_1 + W_2}$$

$$W_1 - W_2 = V^L I^L \sin \phi \implies$$

$$\boxed{Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2)}$$

Método de dos vatímetros sin neutro (activa y reactiva)

- Conectamos los terminales positivos de la bobina voltimétrica y la amperimétrica del primer vatímetro a una de las fases
- Conectamos los terminales positivos de la bobina voltimétrica y amperimétrica del segundo vatímetro a otra de las fases
- Los terminales negativos de las dos bobinas voltimétricas se conectan a la tercera fase
- Llamamos W_1 al vatímetro correspondiente a la fase que va más adelantada
- Llamamos W_2 al vatímetro correspondiente a la fase que va más retrasada
- Calculamos la potencia activa y reactiva como

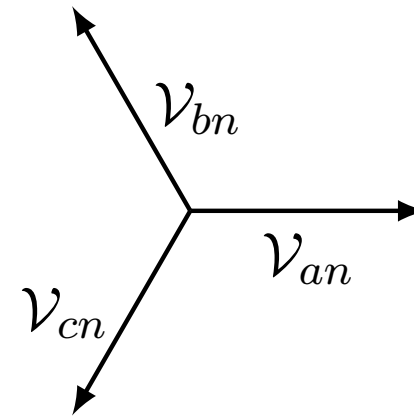
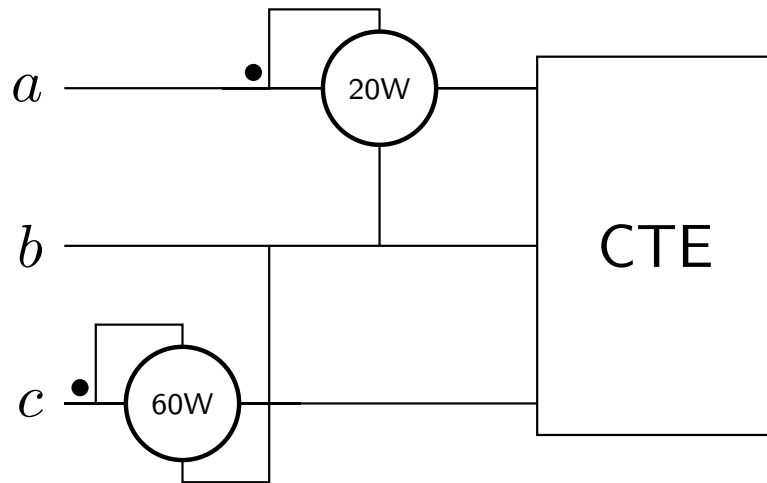
$$P = W_1 + W_2$$

$$Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2) \begin{cases} Q > 0 \rightarrow \text{Inductivo} \\ Q < 0 \rightarrow \text{Capacitivo} \end{cases}$$

- El método de los dos vatímetros también es válido para calcular la potencia activa en sistemas desequilibrados sin neutro como $P = W_1 + W_2$

Método de dos vatímetros sin neutro (activa y reactiva)

Dadas las lecturas de los vatímetros y sabiendo que la red es de secuencia inversa, determina si la carga trifásica es inductiva o capacitiva.

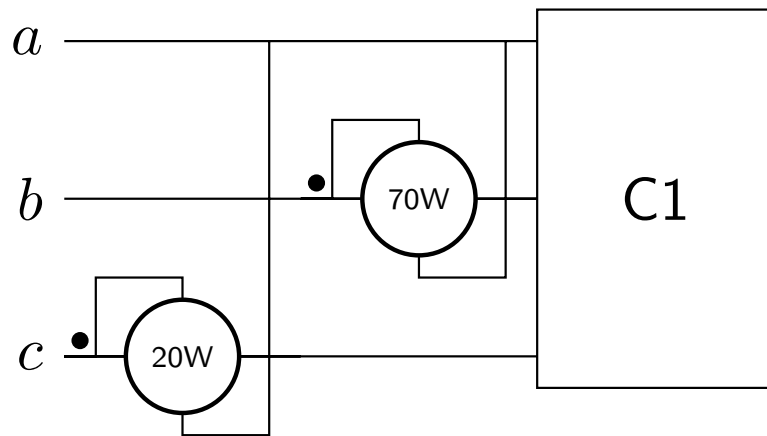


- La potencia reactiva se calcula como $Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2)$
- Un vatímetro está conectado a la fase a y otro a la fase b
- Como la red tiene secuencia inversa, la fase a adelanta a la fase c
- W_1 corresponde a la fase más adelantada, $W_1 = 20$
- W_2 corresponde a la fase más atrasada, $W_2 = 60$
- $Q = \sqrt{3}(20 - 60) = -69,28 \text{ [VAr,con]} \rightarrow$ Carga capacitiva

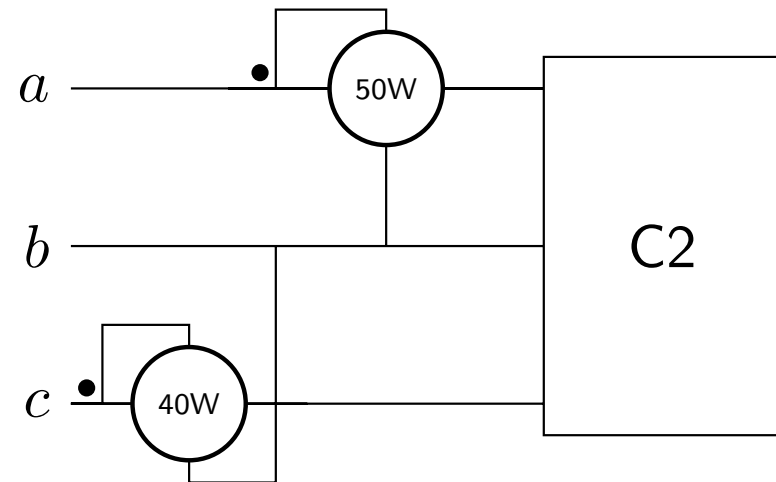
Método de dos vatímetros sin neutro (activa y reactiva)

Contesta en goo.gl/e3fQAq si la carga es inductiva o capacitiva

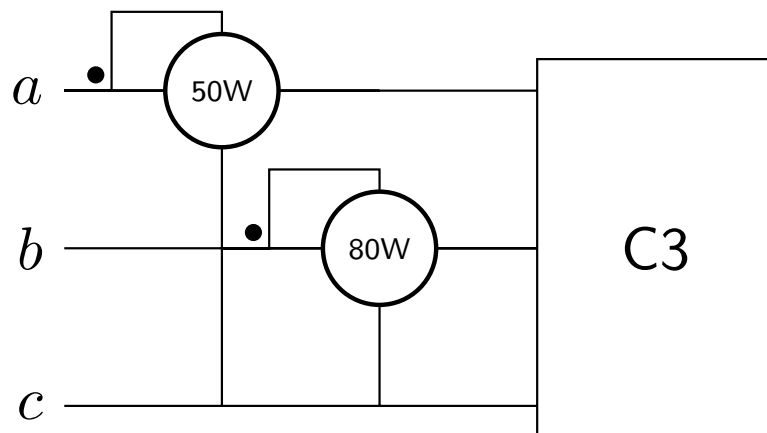
s. inversa



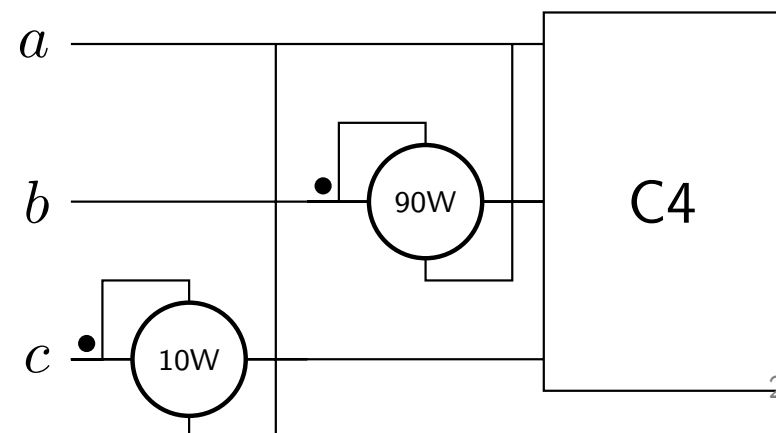
s. directa



s. inversa

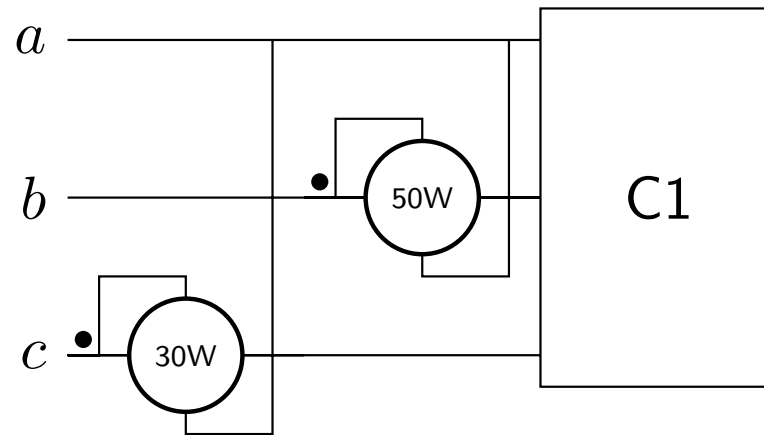


s. directa



Método de dos vatímetros sin neutro (activa y reactiva)

Dadas las lecturas de los vatímetros y sabiendo que la carga trifásica es inductiva, determina si la secuencia de la red es directa o inversa.

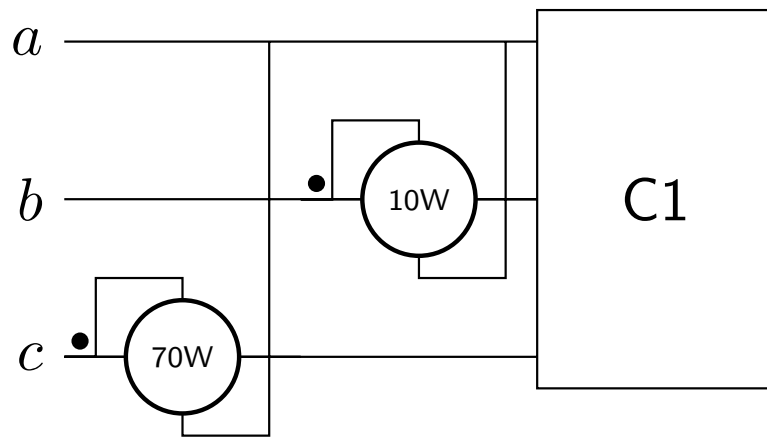


- La potencia reactiva se calcula como $Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2)$
- Un vatímetro está conectado a la fase b y otro a la fase c
- Como la carga es inductiva $Q > 0$ y por lo tanto $W_1 = 50$ y $W_2 = 30$
- Como W_1 corresponde a la fase más adelantada y W_2 a la fase más retrasada, la fase b va adelantada con respecto a la fase c
- La fase b adelanta a la fase c en secuencia directa

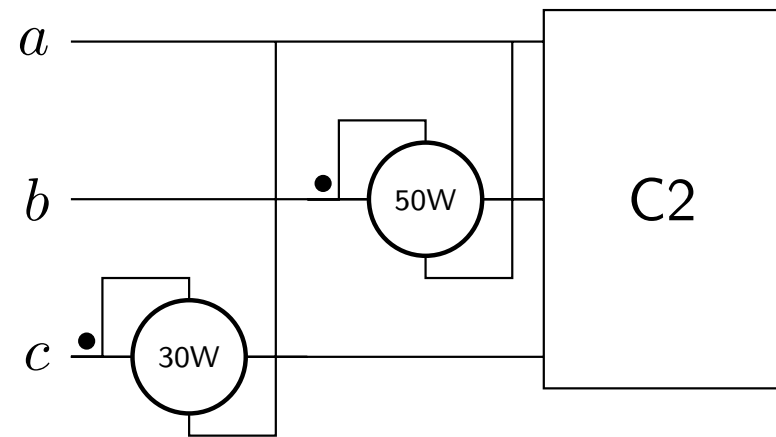
Método de dos vatímetros sin neutro (activa y reactiva)

Contesta en goo.gl/WywPgm si la secuencia de la red es directa o inversa

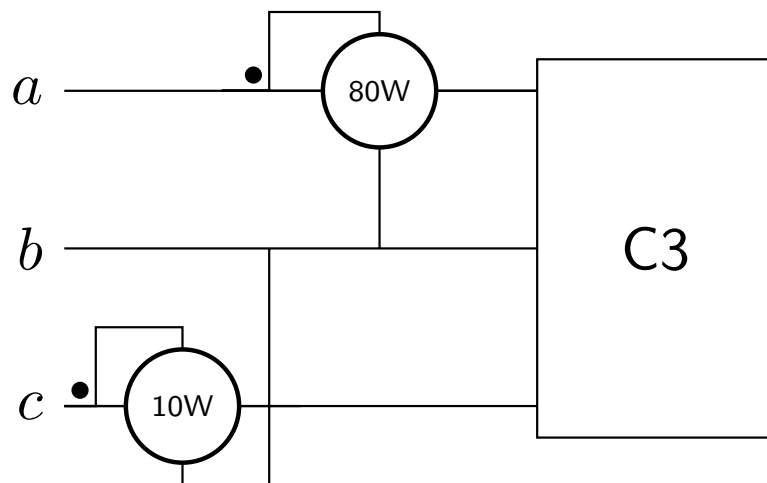
capacitivo



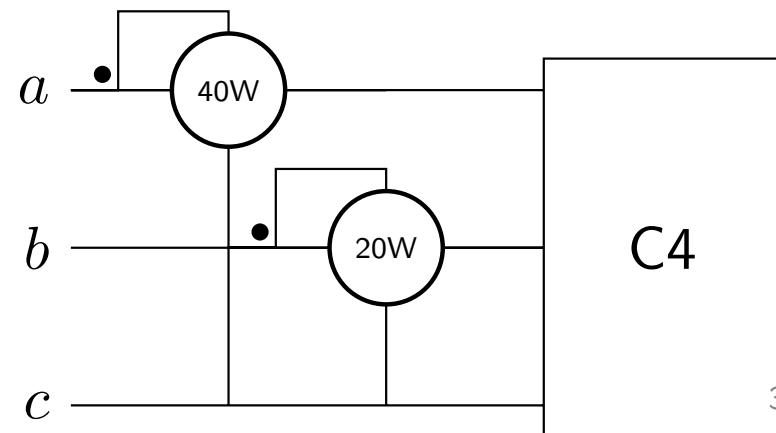
capacitivo



inductivo



inductivo



Ejercicio 10-10

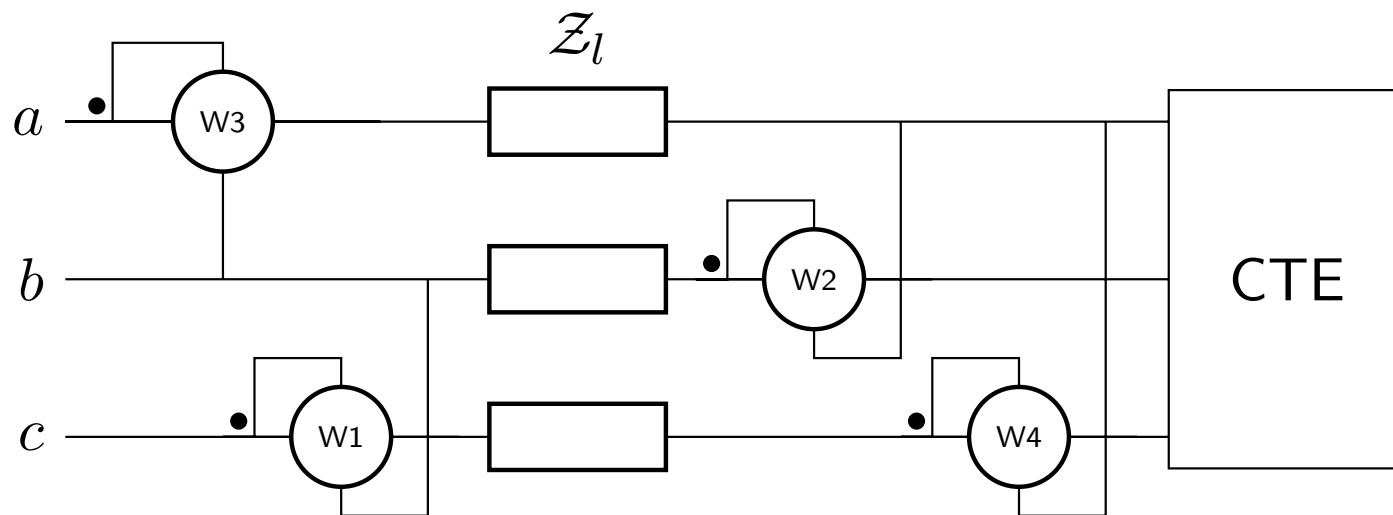
Sabiendo que la red trifásica tiene secuencia inversa y dadas las lecturas de los vatímetros calcula:

a) P_l [kW,con]

c) P_c [kW,con]

b) Q_l [kVAr,con]

d) Q_c [kVAr,con]



Datos:

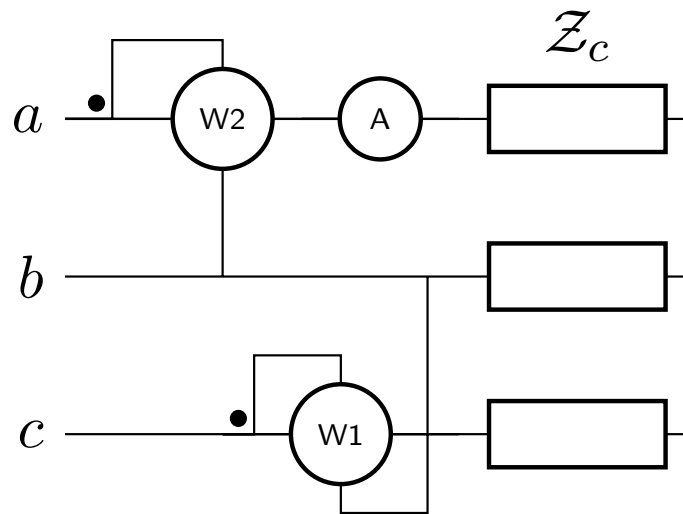
$$W1 = 10 + \beta \text{ [kW]}, W2 = \alpha \text{ [kW]}, W3 = 10 + \gamma \text{ [kW]}, W4 = \delta \text{ [kW]}$$

Ejercicio 10-11

Sabiendo que la red trifásica tiene secuencia inversa calcula

a) $W1$ [W]

b) $W2$ [W]



Datos: $A = \eta$ [A], $Z_c = \theta - j\kappa$ [Ω]

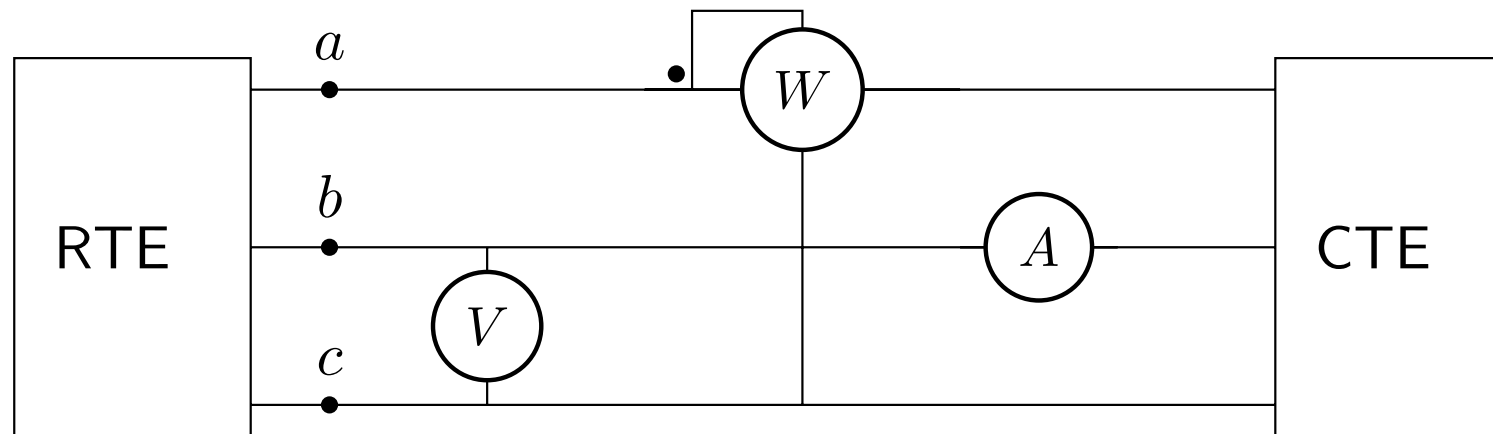
Ejercicio 10-12

La CTE es inductiva y está conectada en estrella. Si la inductancia de fase de la carga es $\mathcal{Z}_c = R + jX$ determina

a) R [Ω]

b) X [Ω]

Justifica si la secuencia de la red es directa o inversa



Datos: $V = 200 + 10 \cdot \kappa$ [V], $A = 10 \cdot \lambda$ [A], $W = 500 \cdot \lambda + 25 \cdot \kappa \cdot \lambda$ [W]

Ejercicio 10-13

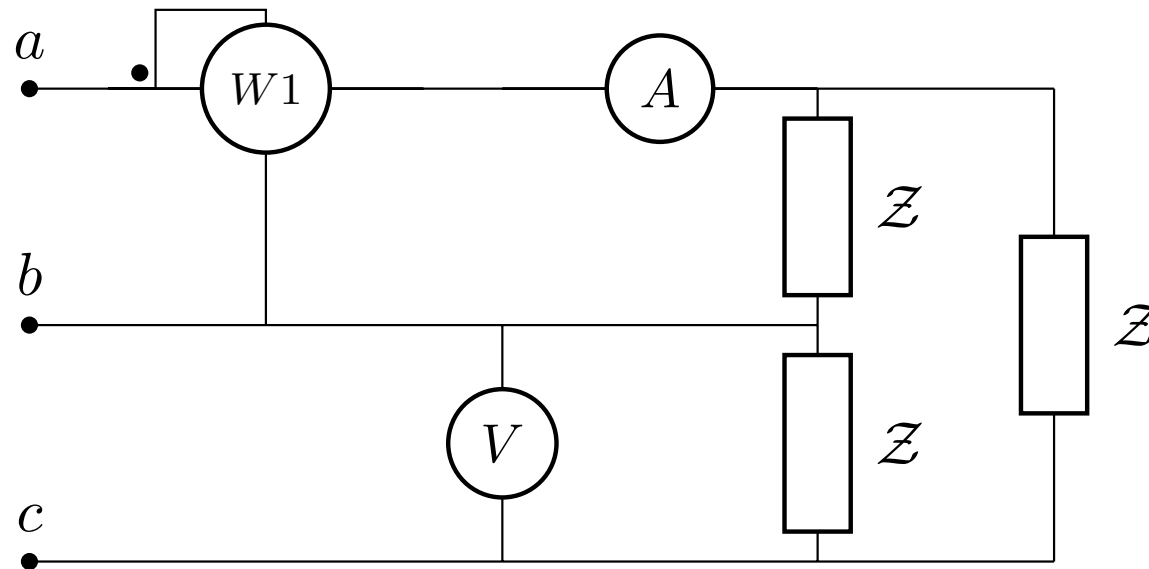
Dibuja otro vatímetro $W2$ para que junto con $W1$ formen el método de dos vatímetros. Sabiendo que la carga tiene caracter inductivo determina la secuencia de fases y calcula

a) $\cos \phi$

b) $W2$ [kW]

c) $\text{Re}(Z)$ [Ω]

d) $\text{Im}(Z)$ [Ω]



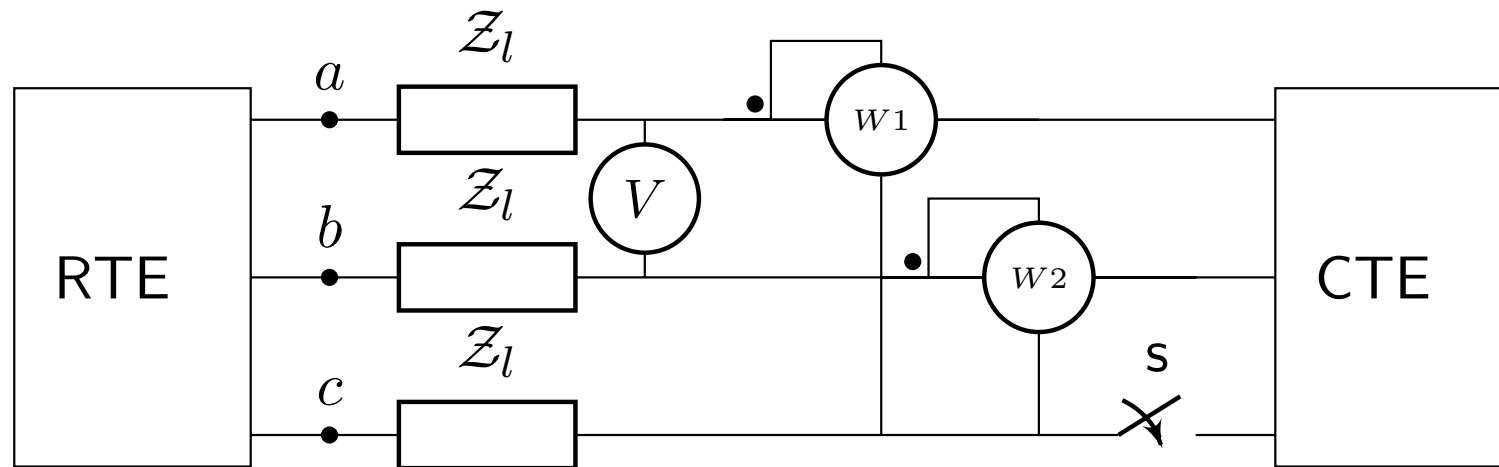
Datos: $V = 200 + 10 \cdot \eta$ [V], $A = 10 + \theta$ [A], $W1 = 0$ [kW]

Ejercicio 10-14*

Sabiendo las lecturas de V y $W1$ con el interruptor s cerrado, que la red es de secuencia directa y que la impedancia en estrella de la CTE es puramente resistiva $\mathcal{Z}_c = R$ calcula

- a) R [Ω] c) C^Δ [nF] (s cerrado) e) $W2$ [W] (s abierto)
 b) $W2$ [W] (s cerrado) d) $W1$ [W] (s abierto)

C^Δ [μ F] $\rightarrow$ batería de condensadores en triángulo a conectar en bornes del **generador** para que el conjunto tenga fdp unidad.

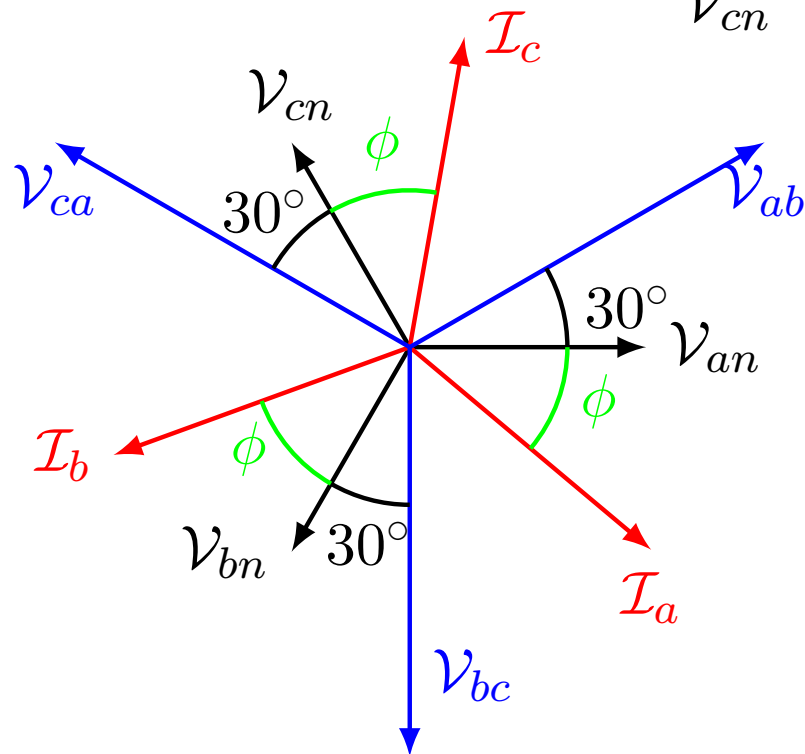
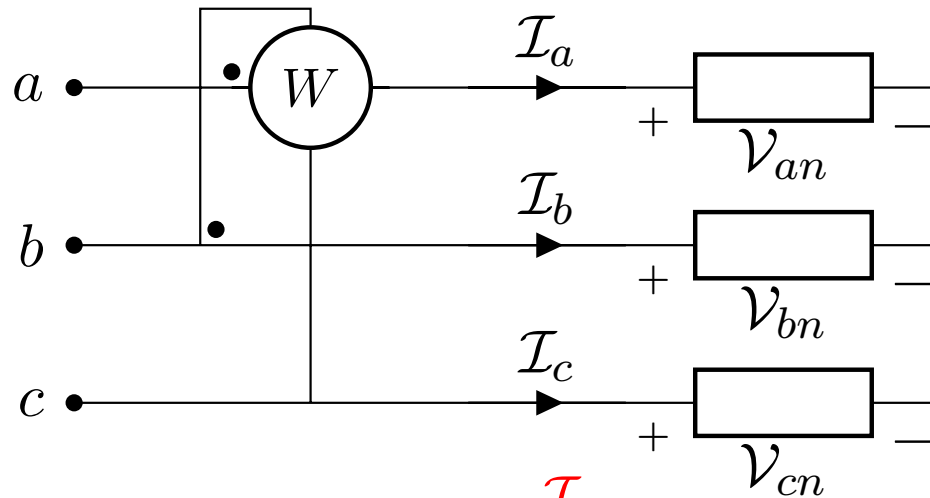


Datos:

$$V = 200 + 10 \cdot \gamma \text{ [V]}, f = 50 \text{ [Hz]}, W1 = 500 + 20 \cdot \delta \text{ [W]}, \mathcal{Z}_l = j\epsilon \text{ [\Omega]} \quad 35 / 46$$

Método un vatímetro (reactiva)

Este método es válido para circuitos trifásicos equilibrados



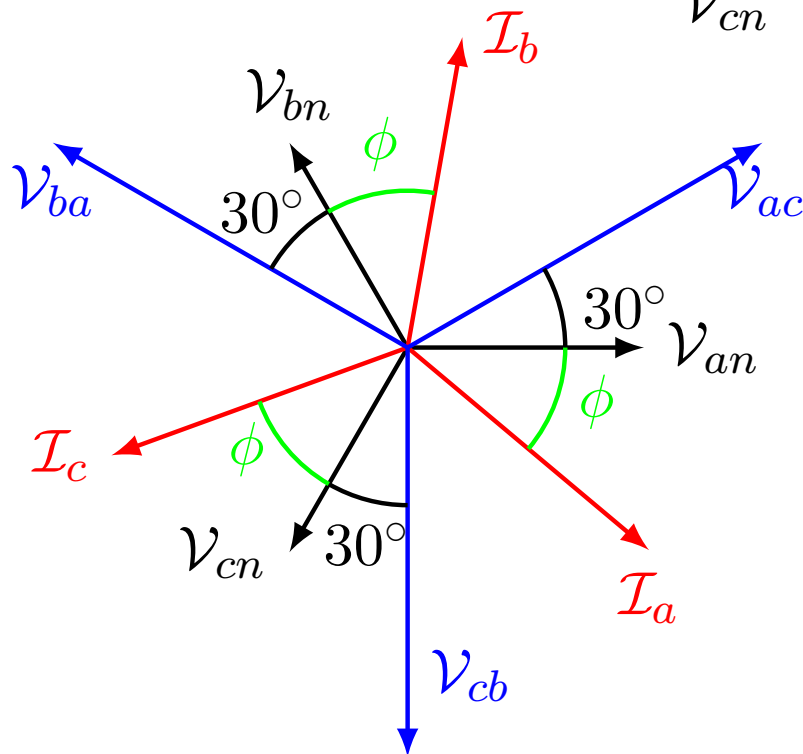
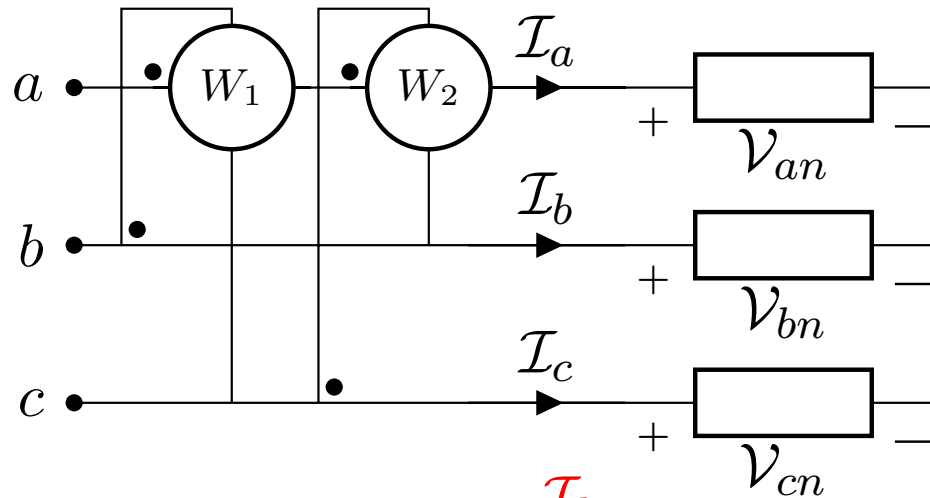
Secuencia directa

$$\begin{aligned} W &= |V_{bc}| |I_a| \cos(\widehat{V_{bc}, I_a}) = \\ &= V^L I^L \cos(90^\circ - \phi) = \\ &= V^L I^L \sin \phi \implies \end{aligned}$$

$$Q = \sqrt{3}W$$

Método un vatímetro (reactiva)

Este método es válido para circuitos trifásicos equilibrados



Secuencia inversa

$$\begin{aligned} W_1 &= |\mathcal{V}_{bc}| |\mathcal{I}_a| \cos(\widehat{\mathcal{V}_{bc}, \mathcal{I}_a}) = \\ &= V^L I^L \cos(90^\circ + \phi) = \\ &= -V^L I^L \sin \phi \implies \end{aligned}$$

$$\boxed{Q = \sqrt{3}W_1 < 0} \text{ (generada)}$$

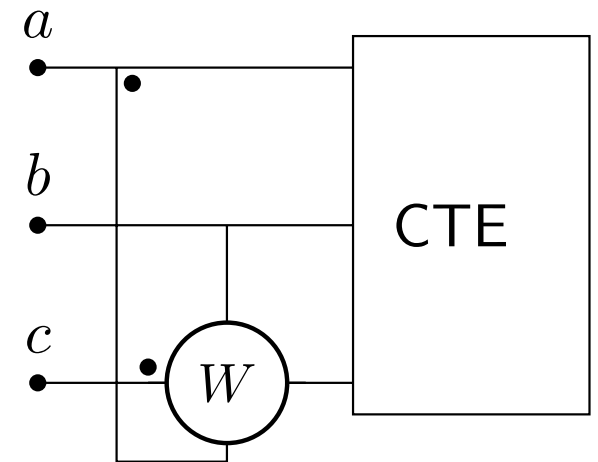
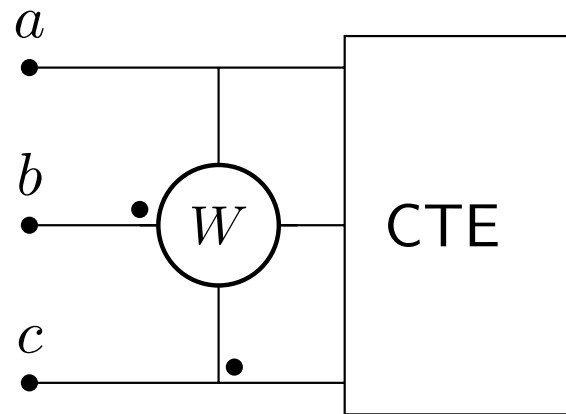
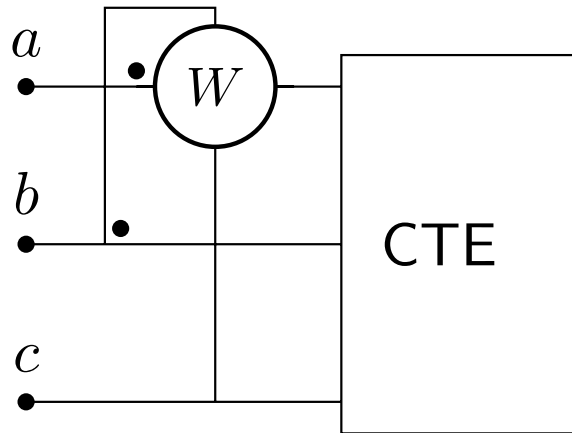
$$\begin{aligned} W_2 &= |\mathcal{V}_{cb}| |\mathcal{I}_a| \cos(\widehat{\mathcal{V}_{cb}, \mathcal{I}_a}) = \\ &= V^L I^L \cos(90^\circ - \phi) = \\ &= V^L I^L \sin \phi \implies \end{aligned}$$

$$\boxed{Q = \sqrt{3}W_2 > 0} \text{ (consumida)}$$

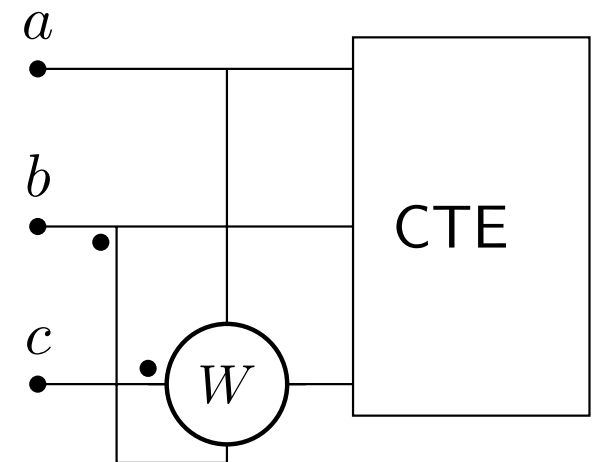
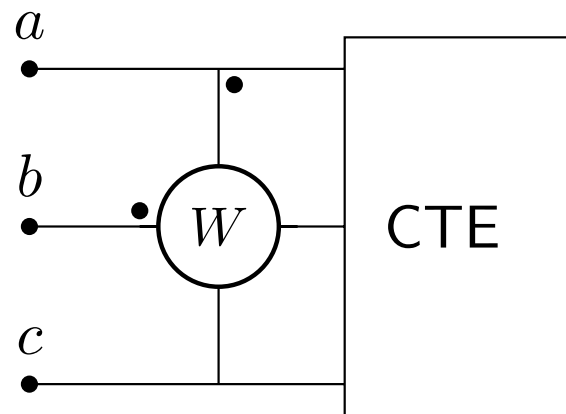
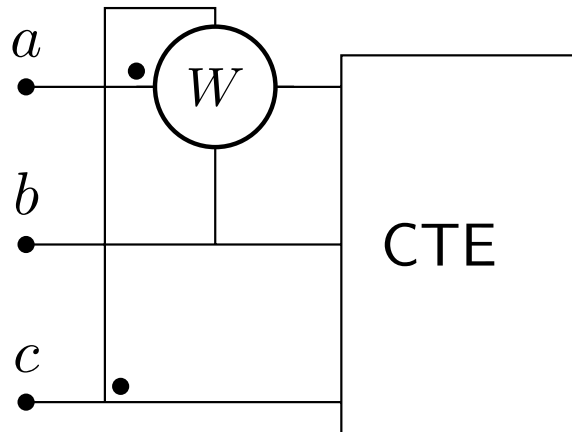
Método un vatímetro (reactiva)

$$Q = \sqrt{3} \cdot W (Q > 0 \rightarrow \text{Carga inductiva}, Q < 0 \rightarrow \text{Carga capacitiva})$$

- Secuencia directa



- Secuencia inversa



Terminal positivo de la bobina voltimétrica conectado a la fase va retrasada con respecto a la fase que atraviesa la bobina amperimétrica

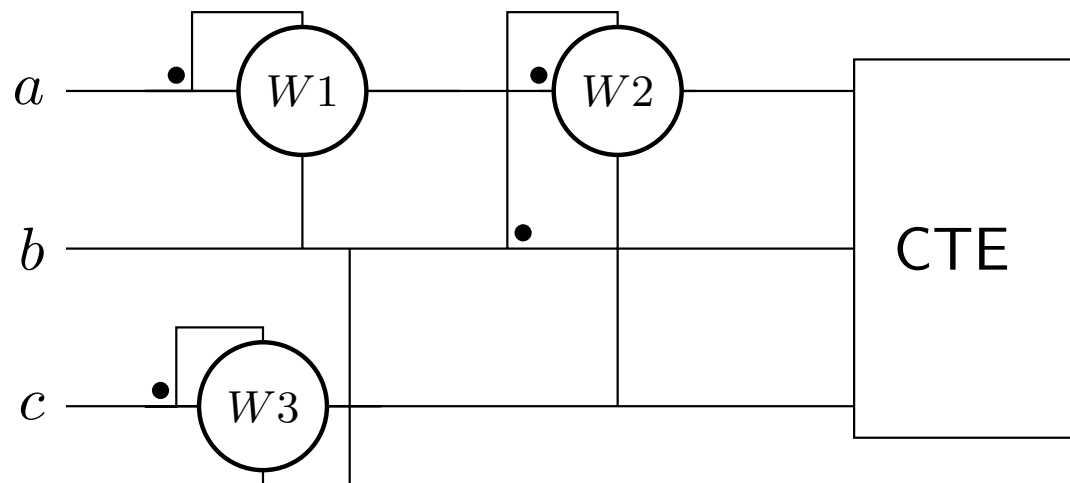
Ejercicio 10-15

Sabiendo que el circuito trifásico es equilibrado y de secuencia directa determina si la carga es inductiva o capacitiva y calcula:

a) $W3$ [W]

b) P_c [W,con]

c) Q_c [VAr,con]

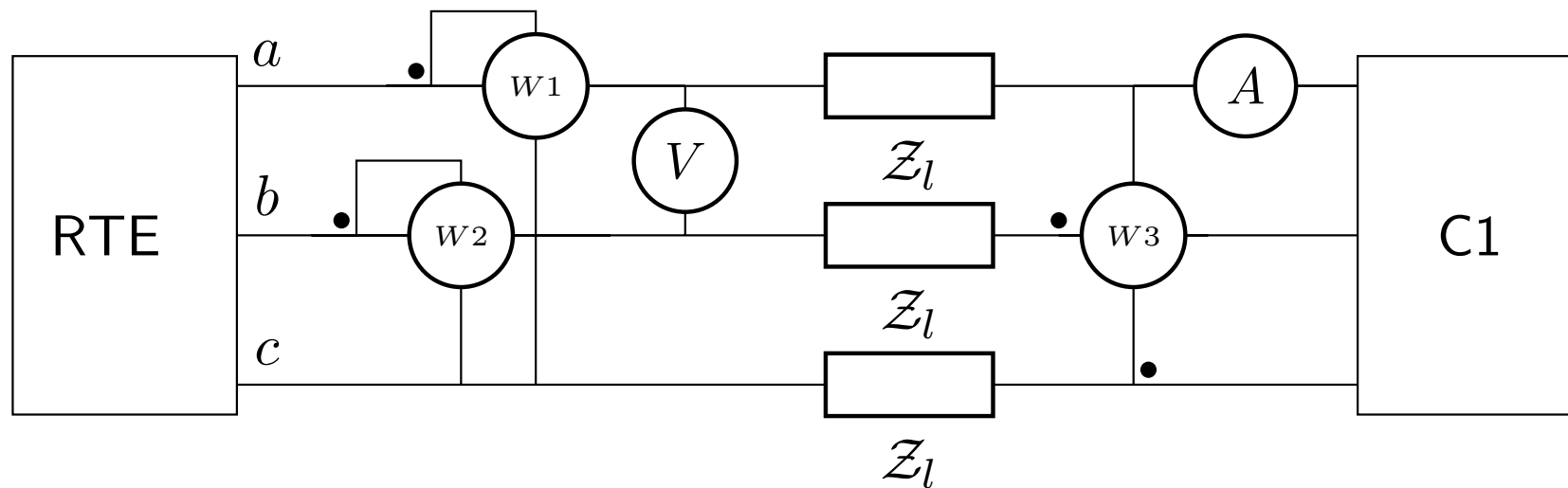


Datos: $W1 = 100 \cdot \alpha$ [W], $W2 = 100 \cdot \beta$ [W]

Ejercicio 10-16*

La red es de secuencia directa. Calcula:

- | | | |
|---|---------------------|--------------|
| a) $\text{Re}(\mathcal{Z}_c^\Delta)$ [Ω] | d) Q_c [kVAr,con] | g) $W3$ [kW] |
| b) $\text{Im}(\mathcal{Z}_c^\Delta)$ [Ω] | e) $W1$ [kW] | |
| c) P_c [kW,con] | f) $W2$ [kW] | |



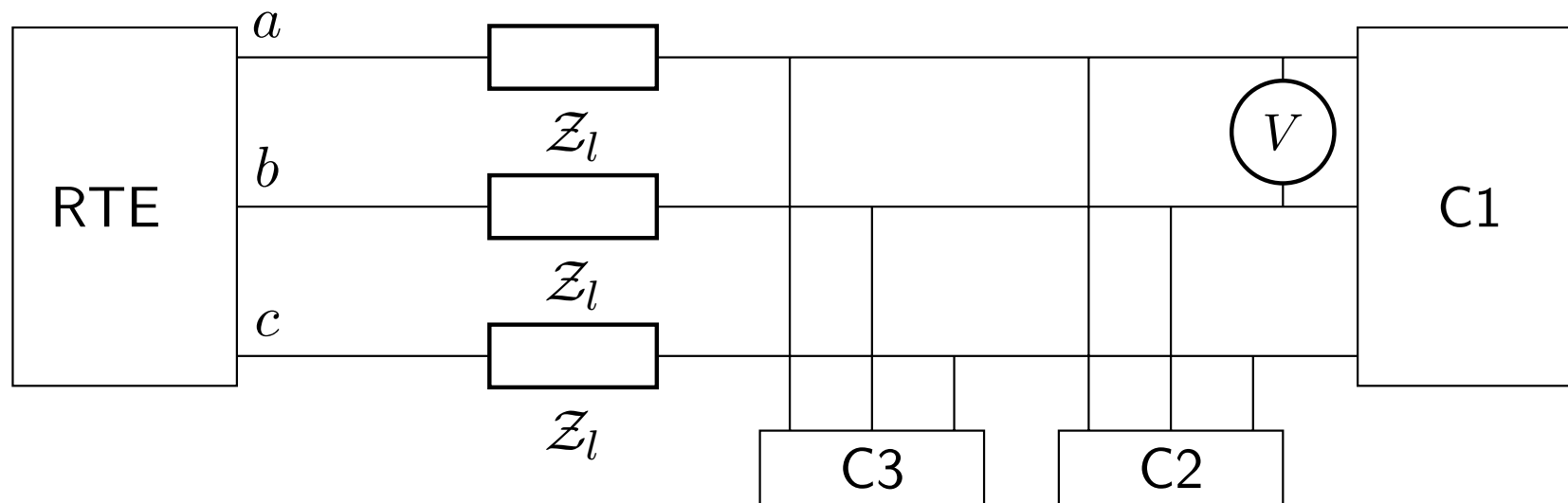
Datos: $\mathcal{Z}_l = 0,1 \cdot \alpha + j0,1 \cdot \beta$ [Ω], $V = 300 + 10 \cdot \gamma$ [V], $A = 40 + \delta$ [A], $\cos \phi_g = 0,8$ (ind)

Ejercicio 10-17*

La red es de secuencia directa. Dibuja al principio de la línea dos vatímetros ($W1$ y $W2$) según el método de los dos vatímetros, y otro vatímetro ($W3$) que mida por si solo la potencia reactiva y calcula:

- | | | |
|--------------|---|---|
| a) $W1$ [kW] | c) $W3$ [kW] | e) $\text{Im}(\mathcal{Z}_2^\Delta)$ [Ω] |
| b) $W2$ [kW] | d) $\text{Re}(\mathcal{Z}_2^\Delta)$ [Ω] | f) C^Δ [μF] |

$C^\Delta \rightarrow$ batería de condensadores en estrella a conectar en paralelo con las cargas para que el conjunto tenga fdp $0,9 + 0,01 \cdot \alpha$ (ind).



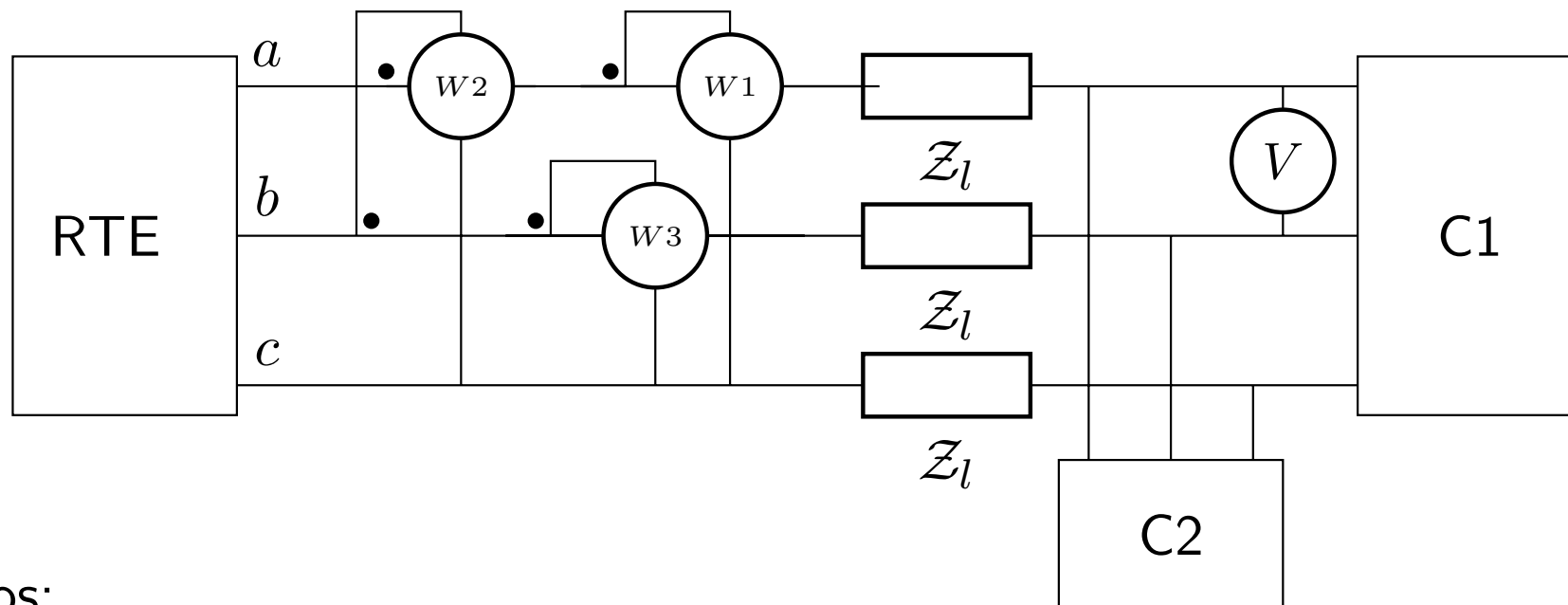
Datos: $V = 300 + 10 \cdot \beta$ [V], $P_1 = 5 + \gamma$ [kW], $\cos \phi_1 = 0,8$ (ind), $P_2 = \delta$ [kW], $Q_2 = 0,5 \cdot \epsilon$ [kVAr, gen], $S_3 = 10 + \eta$ [kVA], $\cos \phi_3 = 0,5$ (ind), $\mathcal{Z}_l = 0,1 \cdot \theta + j0,1 \cdot \kappa$ [Ω]

Ejercicio 10-18

Sabiendo que C1 está conectada en triángulo y C2 en estrella y que la red es de secuencia directa dibuja el diagrama monofásico y calcula:

- | | | |
|--|--|---------------------------------|
| a) $W1$ [kW] | c) $\text{Im}(\mathcal{Z}_l)$ [Ω] | e) C^Δ [μF] |
| b) $\text{Re}(\mathcal{Z}_l)$ [Ω] | d) $ \mathcal{V}_g^L $ [V] | |

$C^\Delta \rightarrow$ batería de condensadores en triángulo a conectar en paralelo con las cargas para que el conjunto tenga fdp unidad.



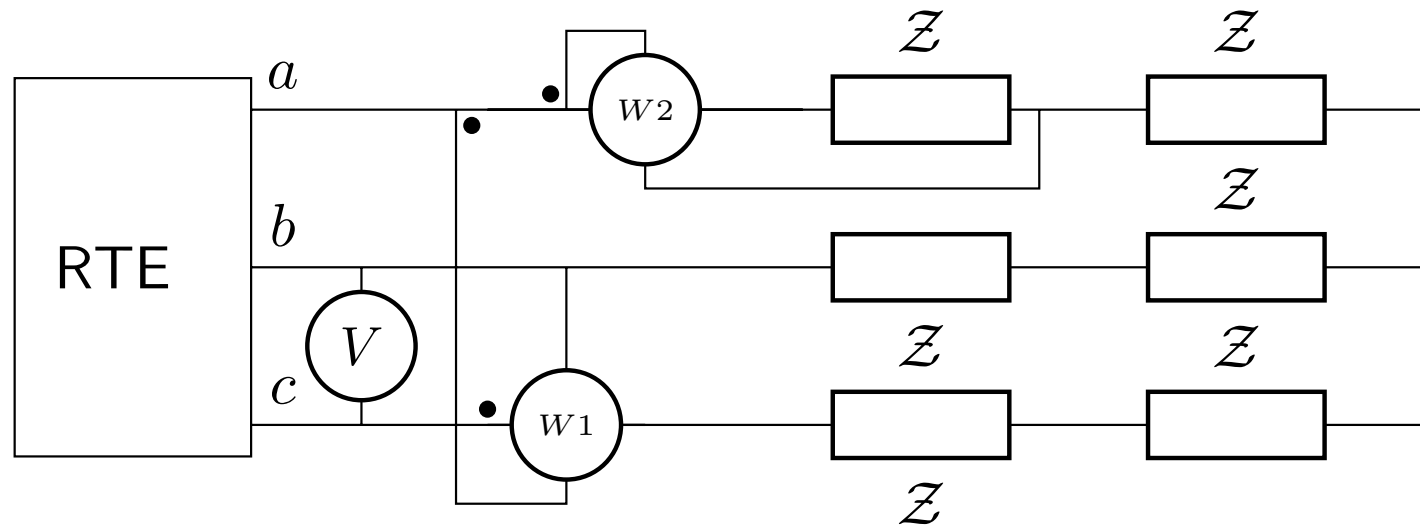
Datos:

$$V = 200 + 10 \cdot \lambda \text{ [V]}, P_1 = 15 + \alpha \text{ [kW, con]}, \cos \phi_1 = 0,8 \text{ (ind)}, P_2 = 2 \cdot \beta \text{ [kW, con]}, \cos \phi_2 = 1, W2 = 6 + \alpha \text{ [kW]}, W3 = 5 + \beta \text{ [kW]}$$

Ejercicio 10-19*

Determina la secuencia de fases de la red y calcula:

a) $W2$ [W]

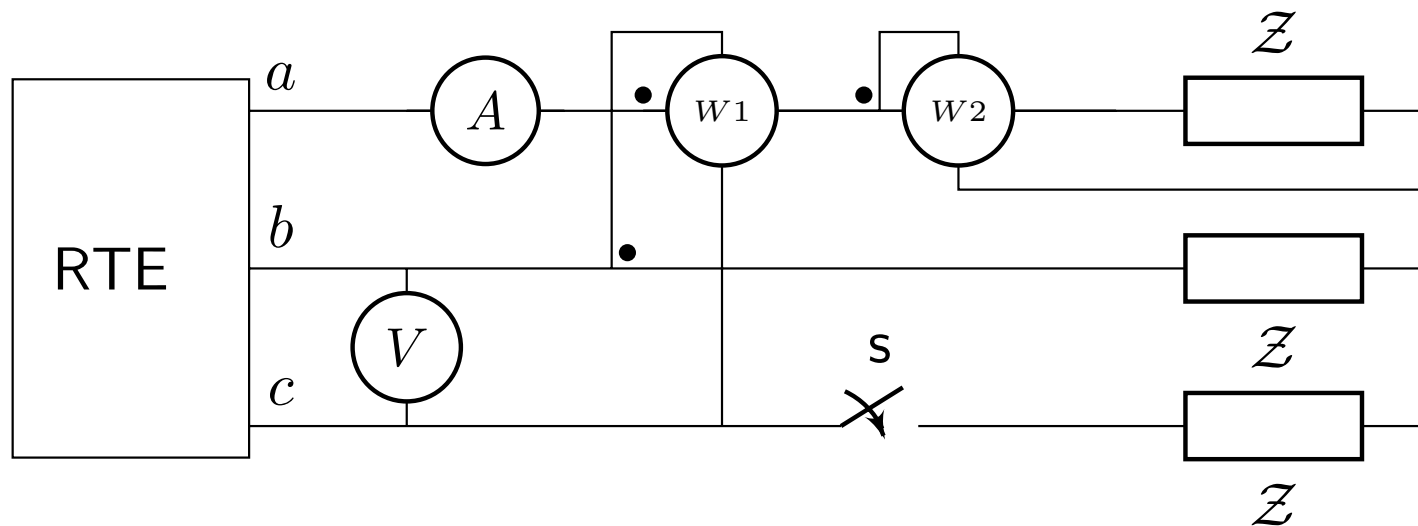


Datos: $W1 = -1200 - 10 \cdot \kappa$ [W], $Z = \lambda / \underline{-20 - \eta^\circ}$ [Ω]

Ejercicio 10-20*

La red tiene secuencia directa y cede reactiva. Con el interruptor cerrado se conocen las lecturas de $W2$ y A . Dibuja los diagramas fasoriales con el interruptor abierto y cerrado y calcula:

- a) $\text{Re}(\mathcal{Z})$ [Ω]
- b) $\text{Im}(\mathcal{Z})$ [Ω]
- c) $W1$ [kW] (s cerrado)
- d) A [A] (s abierto)
- e) $W1$ [kW] (s abierto)
- f) $W2$ [kW] (s abierto)



Datos:

$$V = 900 + 10 \cdot \alpha \text{ [V]}, A = 40 + \beta \text{ [A]}, W2 = 20 + 0,5 \cdot \beta + 0,2 \cdot \alpha \text{ [kW]}$$

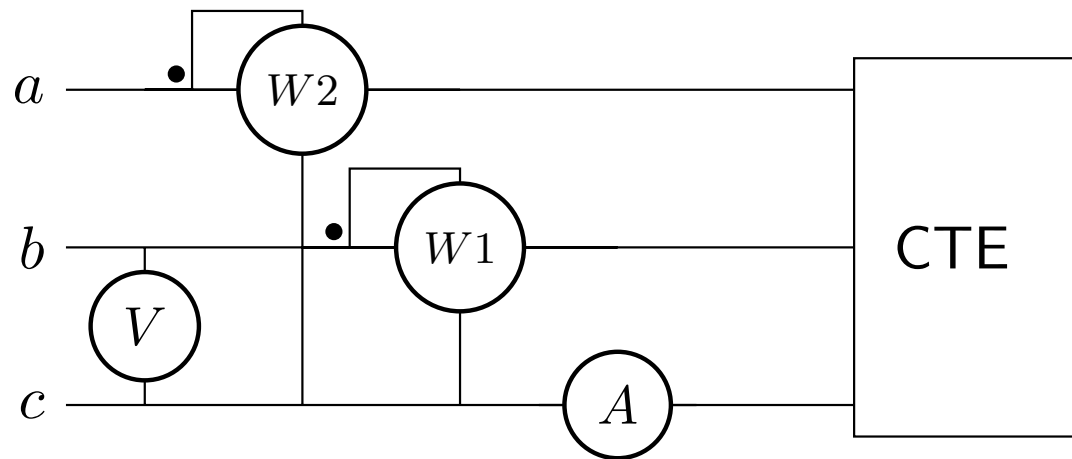
Ejercicio 10-21*

La carga trifásica equilibrada está conectada en estrella y es de caracter inductivo. Determina la secuencia de la red y calcula:

a) $\text{Re}(\mathcal{Z}_c) [\Omega]$

b) $\text{Im}(\mathcal{Z}_c) [\Omega]$

c) $A [\text{A}]$



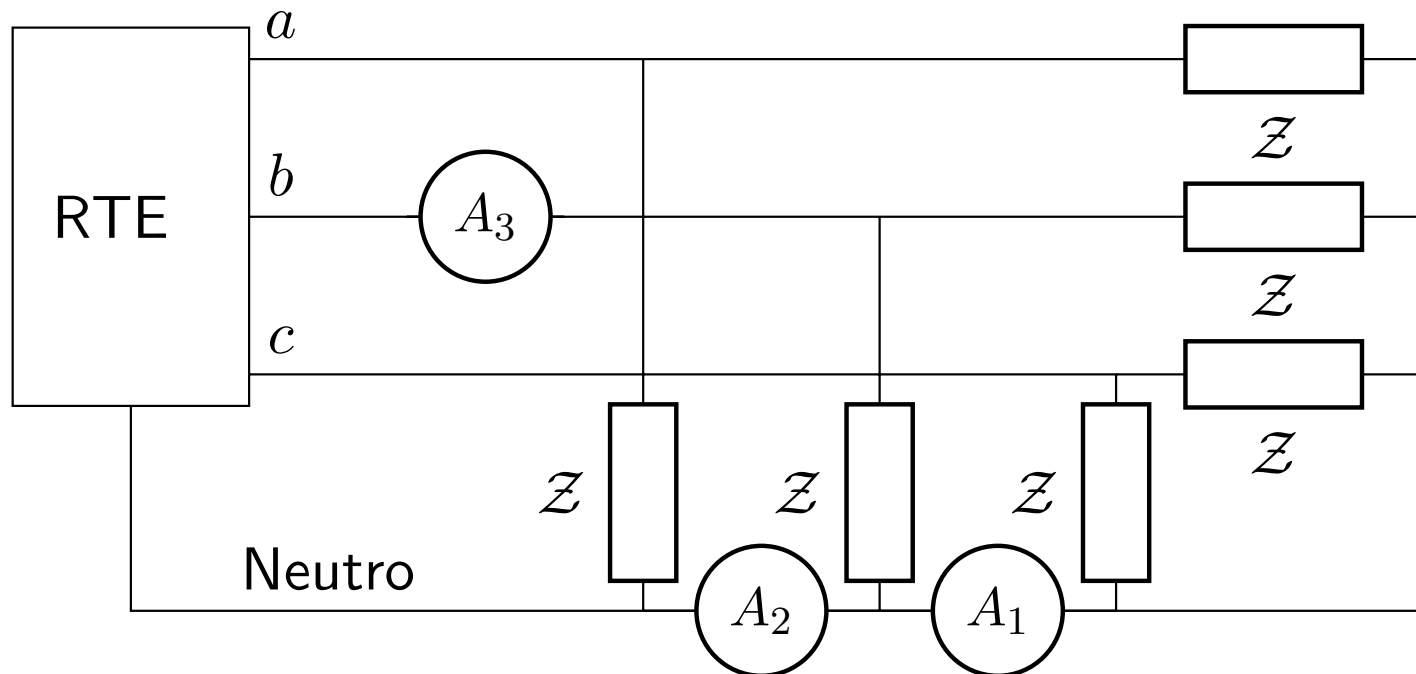
Datos: $V = 300 + 10 \cdot \epsilon [\text{V}]$, $W2 = 2 + 0,1 \cdot \eta [\text{kW}]$, $W1 = 0,1 \cdot \theta [\text{kW}]$

Ejercicio 10-22*

Si la red es de secuencia directa y todas las impedancias son iguales, calcula

a) A_2 [A]

b) A_3 [A]



Datos: $A_1 = 10 + \eta$ [A]