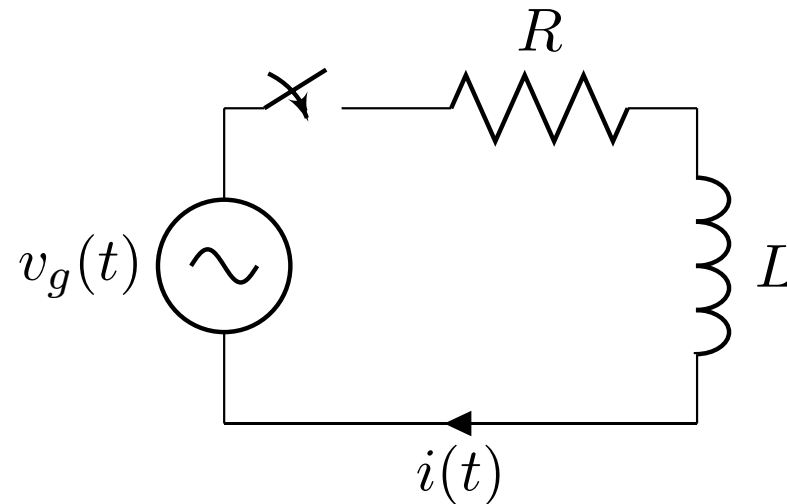


Análisis de Redes Eléctricas

Tema 4: Armónicos

Ejercicio 4-1

El interruptor ha estado cerrado un tiempo suficientemente largo y se cierra en $t = 0$. Determina la $i(t)$, $t \geq 0$.

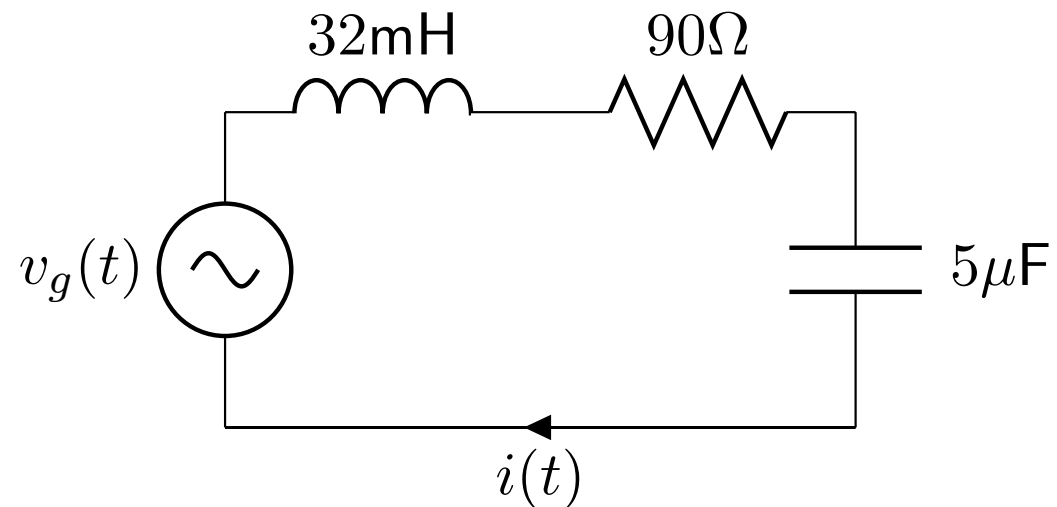


Datos: $v_g(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$

Solución: $i(t) =$
$$\frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \left(-\cos\left(\phi - \arctan \frac{L\omega}{R}\right) e^{\frac{-R}{L}t} + \cos\left(\omega t + \phi - \arctan \frac{L\omega}{R}\right) \right)$$

Ejercicio 4-2

El circuito de la figura se encuentra en régimen sinusoidal permanente. Calcula $i(t)$.



Datos: $v_g(t) = 750 \cos(5000t + 30^\circ)$

Solución: $i(t) = 5 \cos(5000t - 23,13^\circ)$

Coeficientes de Fourier

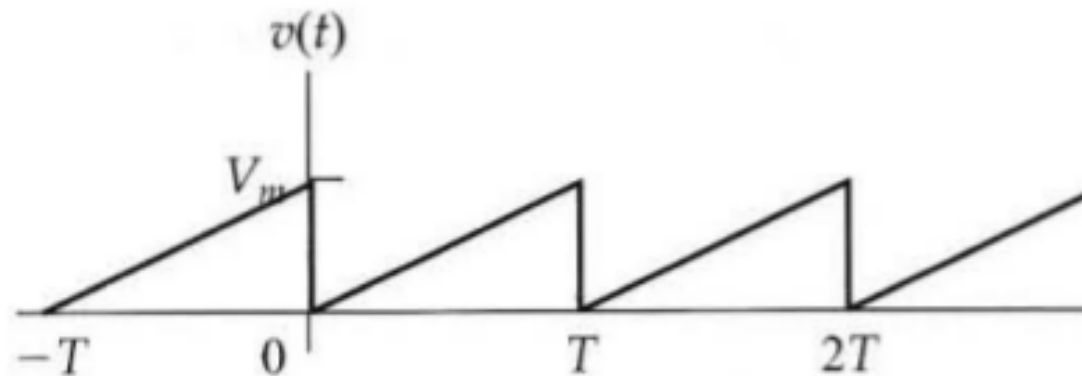
$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(k\omega_0 t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin(k\omega_0 t) dt$$

Ejercicio 4-3

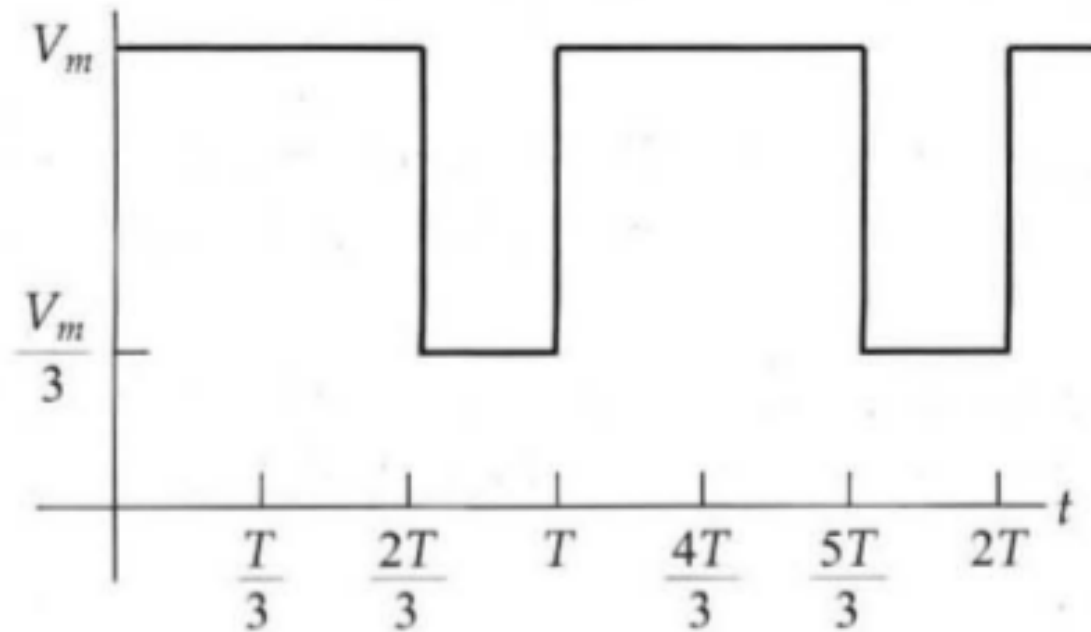
Determina los coeficientes de Fourier de la siguiente función periódica no sinusoidal



Solución: $a_0 = \frac{V_m}{2}$, $a_k = 0$, $b_k = \frac{-V_m}{\pi k}$

Ejercicio 4-4

Determina los coeficientes de Fourier de la siguiente función periódica no sinusoidal con $V_m = 9\pi$ V.

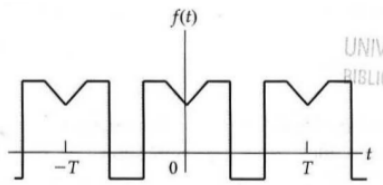
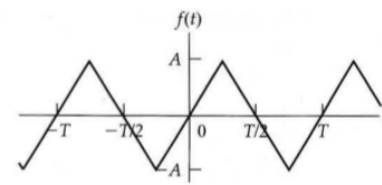
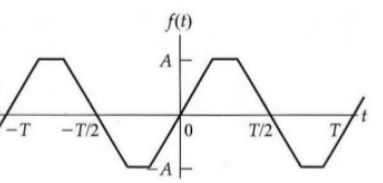
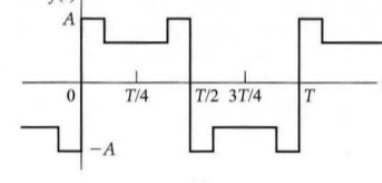
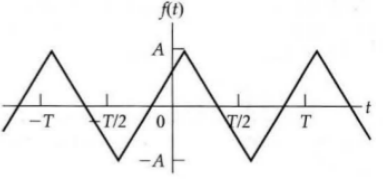
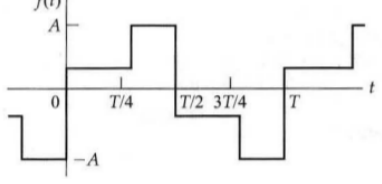
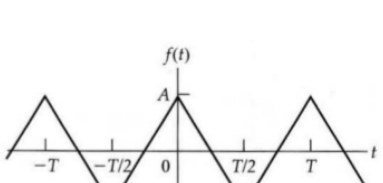
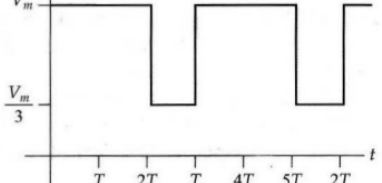


Solución: $a_0 = 21,99$, $a_k = \frac{6}{k} \sin \frac{4k\pi}{3}$, $b_k = \frac{6}{k} \left(1 - \cos \frac{4k\pi}{3}\right)$

Tipos de funciones simétricas

- Función simétrica par: $f(t) = f(-t), \forall t$
- Función simétrica impar: $f(t) = -f(-t), \forall t$
- Función simétrica de media onda: $f(t) = -f(t - \frac{T}{2}), \forall t$
- Función simétrica de cuarto de onda: tiene simetría de media onda y simetría en torno al punto medio de los semiciclos positivos y negativos

Tipos de funciones simétricas (cont)

Función periódica	P	I	M	C	Función periódica	P	I	M	C
									
									
									
									

Coeficientes de Fourier (cont)

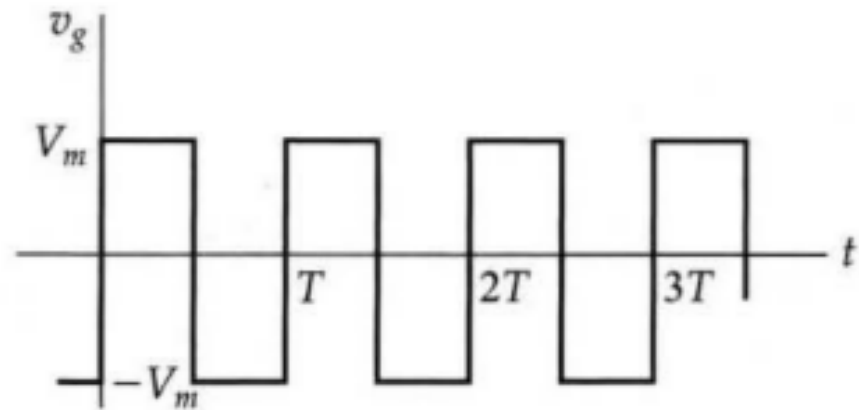
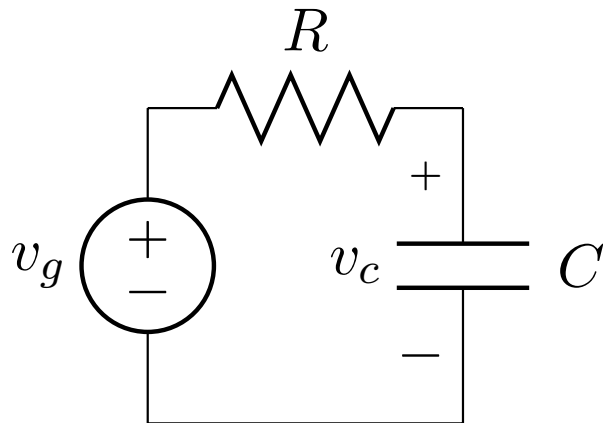
$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t$			
Funcion	General	Par	Impar
a_0	$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{T+t_0} f(t) dt$	$\frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) dt$	0
a_k (k par)	$\frac{2}{T} \int_{t_0}^{T+t_0} f(t) \cos k\omega_0 t dt$	$\frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos k\omega_0 t dt$	0
a_k (k impar)	$\frac{2}{T} \int_{t_0}^{T+t_0} f(t) \cos k\omega_0 t dt$	$\frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos k\omega_0 t dt$	0
b_k (k par)	$\frac{2}{T} \int_{t_0}^{T+t_0} f(t) \sin k\omega_0 t dt$	0	$\frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \sin k\omega_0 t dt$
b_k (k impar)	$\frac{2}{T} \int_{t_0}^{T+t_0} f(t) \sin k\omega_0 t dt$	0	$\frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \sin k\omega_0 t dt$

Coeficientes de Fourier (cont)

$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t$			
Funcion	SMO	SCO & Par	SCO & Impar
a_0	0	0	0
a_k (k par)	0	0	0
a_k (k impar)	$\frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos k\omega_0 t dt$	$\frac{8}{T} \int_0^{T/4} f(t) \cos k\omega_0 t dt$	0
b_k (k par)	0	0	0
b_k (k impar)	$\frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \sin k\omega_0 t dt$	0	$\frac{8}{T} \int_0^{T/4} f(t) \sin k\omega_0 t dt$

Ejercicio 4-5

Determina $v_c(t)$

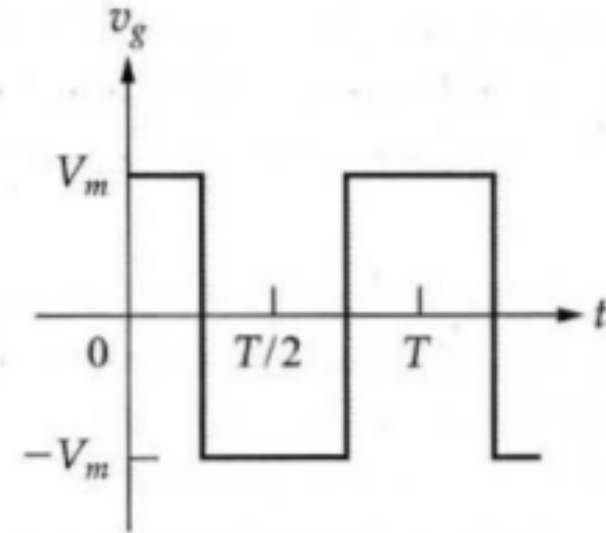
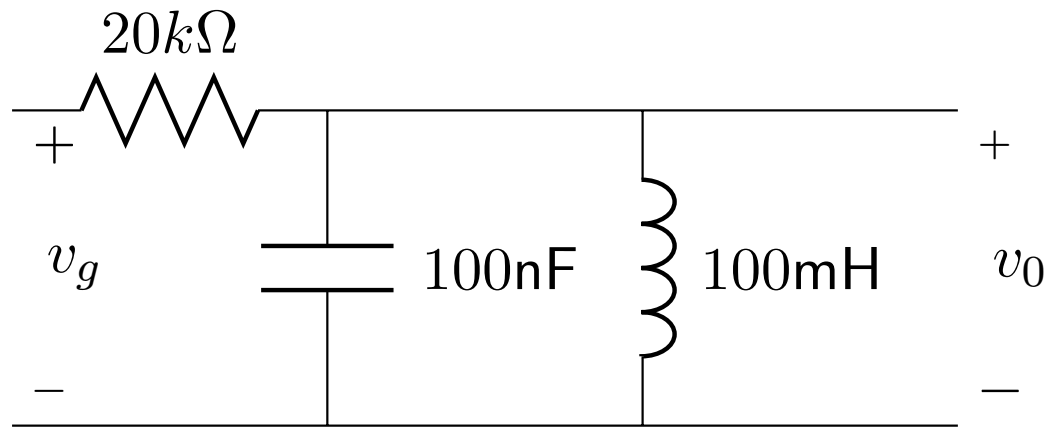


Pasos:

- 1) Analizar simetría de la señal de entrada
- 2) Calcular coeficientes de Fourier (tablas)
- 3) Analizar el circuito para la componente continua
- 4) Analizar el circuito para cada frecuencia (fasores)
- 5) Pasar cada fasor a una función seno o coseno
- 6) Sumar las respuestas para cada frecuencia (superposición)

Ejercicio 4-6

Determina $v_0(t)$ para $V_m = 10,5\pi$ [V] y $T = \pi$ [ms].



Pasos:

- 1) Analizar simetría de la señal de entrada
- 2) Calcular coeficientes de Fourier (tablas)
- 3) Analizar el circuito para la componente continua
- 4) Analizar el circuito para cada frecuencia (fasores)
- 5) Pasar cada fasor a una función seno o coseno
- 6) Sumar las respuestas para cada frecuencia (superposición)

Coeficientes de Fourier (cont)

Si la señal de entrada no es ni par ni impar y tienes tanto $a_k \neq 0$ como $b_k \neq 0$ puedes usar la forma trigonométrica alternativa de Fourier

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t - \theta_k)$$

donde

$$a_k - jb_k = A_k \underline{-\theta_k}$$

con a_k y b_k igual a los coeficientes de Fourier

Valor eficaz en funciones periódicas

Se denomina valor eficaz al valor cuadrático medio de una magnitud eléctrica. El significado físico del valor eficaz es designar el valor de una corriente rigurosamente constante que al circular sobre una determinada resistencia óhmica produciría los mismos efectos caloríficos que dicha corriente variable.

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) dt}$$

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v^2(t) dt}$$

Para $f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t - \theta_k)$

$$F_{ef} = \sqrt{a_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{A_k}{\sqrt{2}} \right)^2}$$

Potencia activa, potencia aparente y factor de potencia

La potencia activa total del circuito es igual a la suma de las potencias activas consumidas en cada armónico

$$P = \sum_{k=1}^{\infty} P_k$$

La potencia aparente se calcula como el producto de la tensión eficaz por la intensidad eficaz

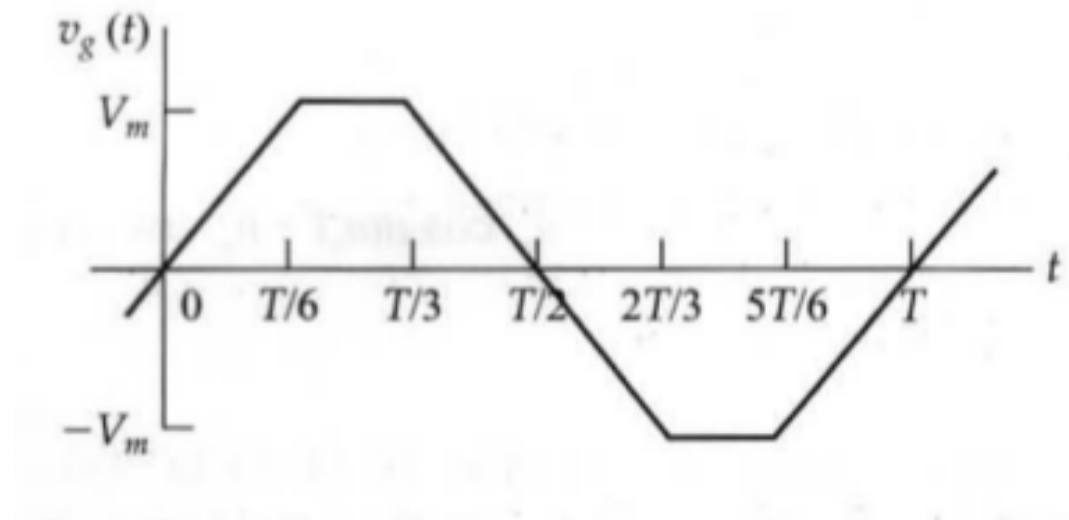
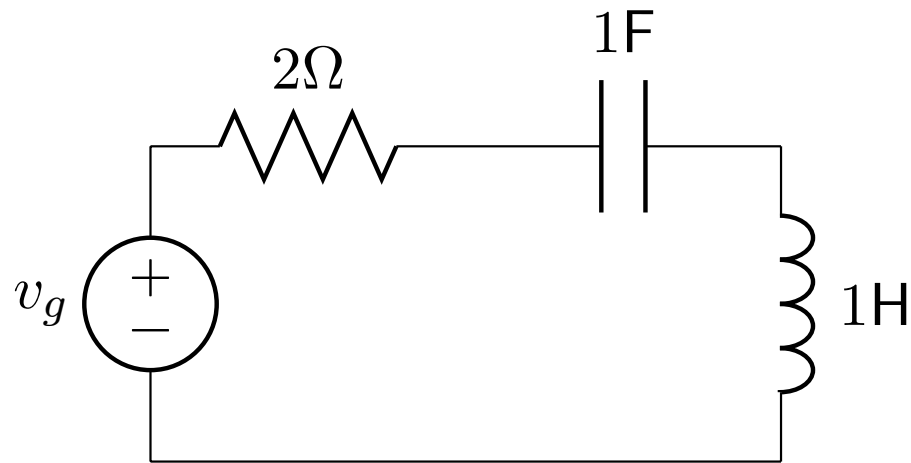
$$S = V_{ef} I_{ef}$$

El factor de potencia se calcula como el cociente entre potencia activa y potencia aparente

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

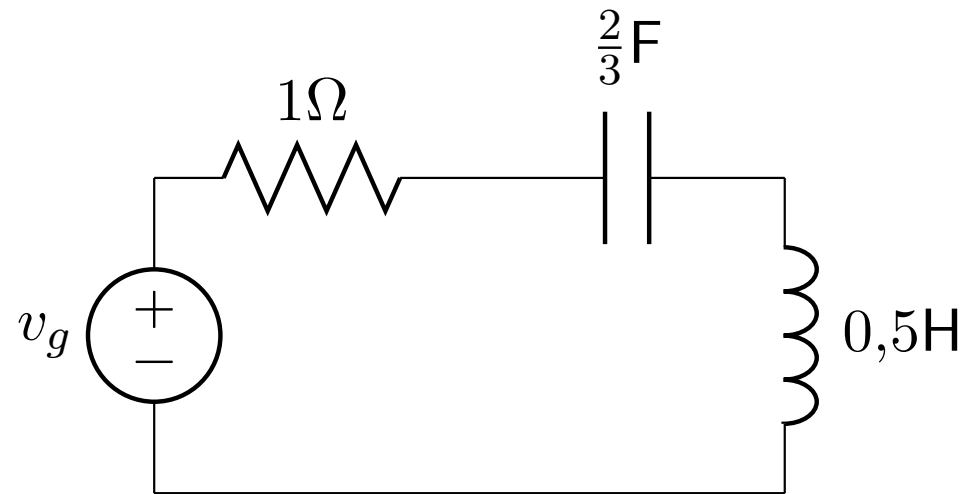
Ejercicio 4-7

Aproxima la potencia media consumida por la resistencia de 2Ω para $12V_m = 296,09V$ y $T = 2094,4ms$.



Ejercicio 4-8

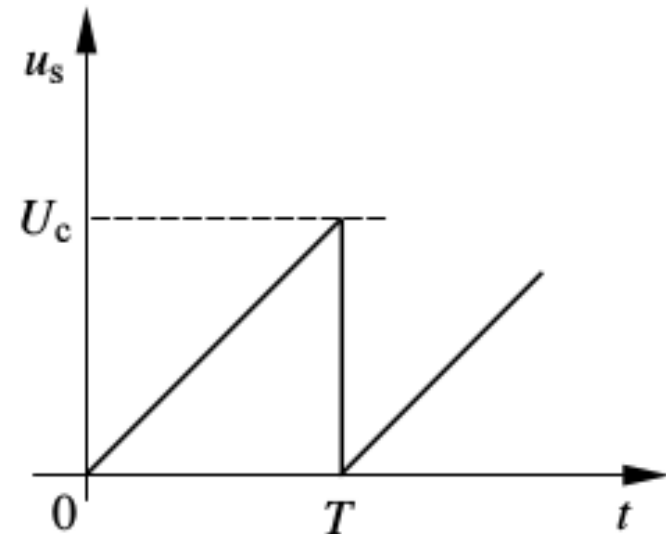
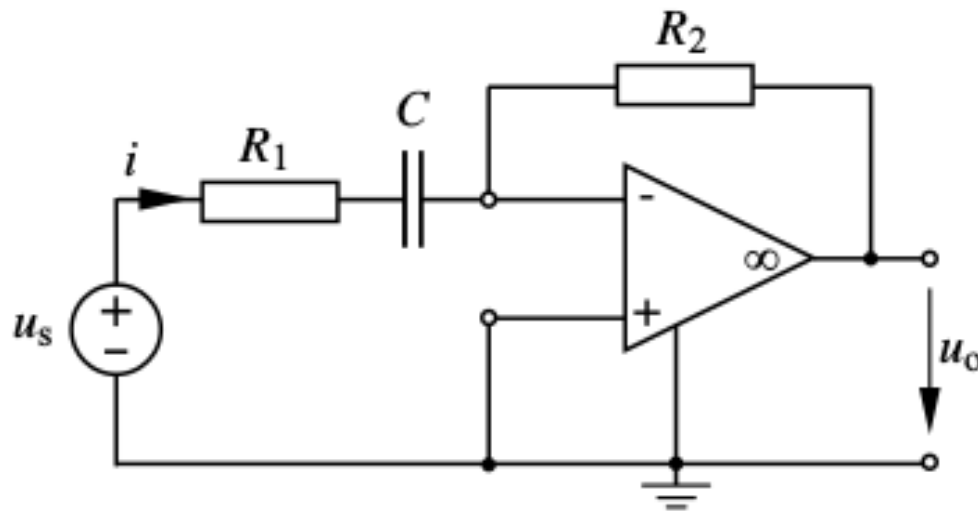
Calcula el factor de potencia del siguiente circuito RLC serie para $v_g(t) = 100\sqrt{2} (\cos t + \cos 3t)$



Ejercicio 4-9

El amplificador operacional de la figura es ideal y trabaja en la zona lineal. Calcula la tensión eficaz de salida usando los primeros cuatro armónicos.

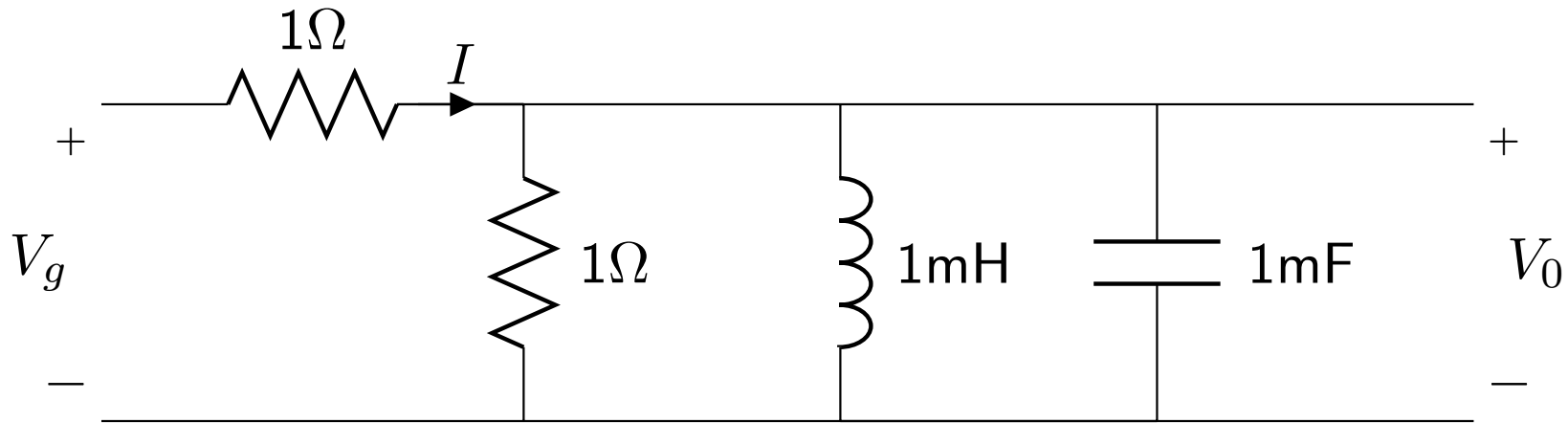
Datos: $U_c = 4V$, $T = \frac{\pi}{1250}s$, $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 50k\Omega$, $C = 400nF$



Ejercicio 4-10*

El circuito de la figura es alimentado por la siguiente señal de tensión periódica no sinusoidal

$$V_g(t) = 10 + 5 \sin(1000t) + 2 \cos(2000t) - 1,5 \sin(2000t)$$

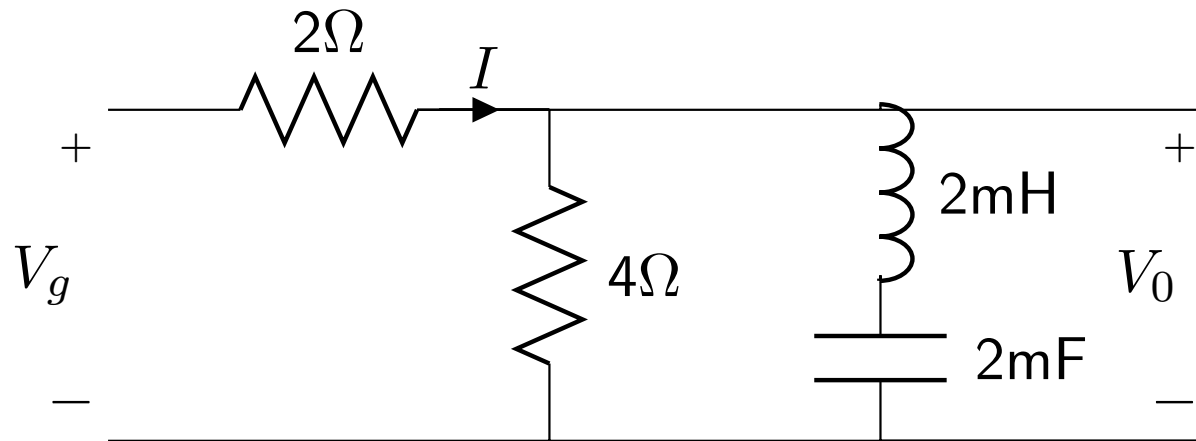


- a) Calcula los valores eficaces de la tensión V_g , tensión V_0 , e intensidad I para la componente continua, primer y segundo armónico
- b) Determina la potencia activa consumida por el circuito para cada armónico
- c) Calcula el factor de potencia de entrada del circuito
- d) Indica la expresión de la tensión de salida con respecto al tiempo $V_0(t)$

Ejercicio 4-11*

El circuito de la figura es alimentado por la siguiente señal de tensión periódica no sinusoidal ($\omega_0 = 250\text{rad/s}$)

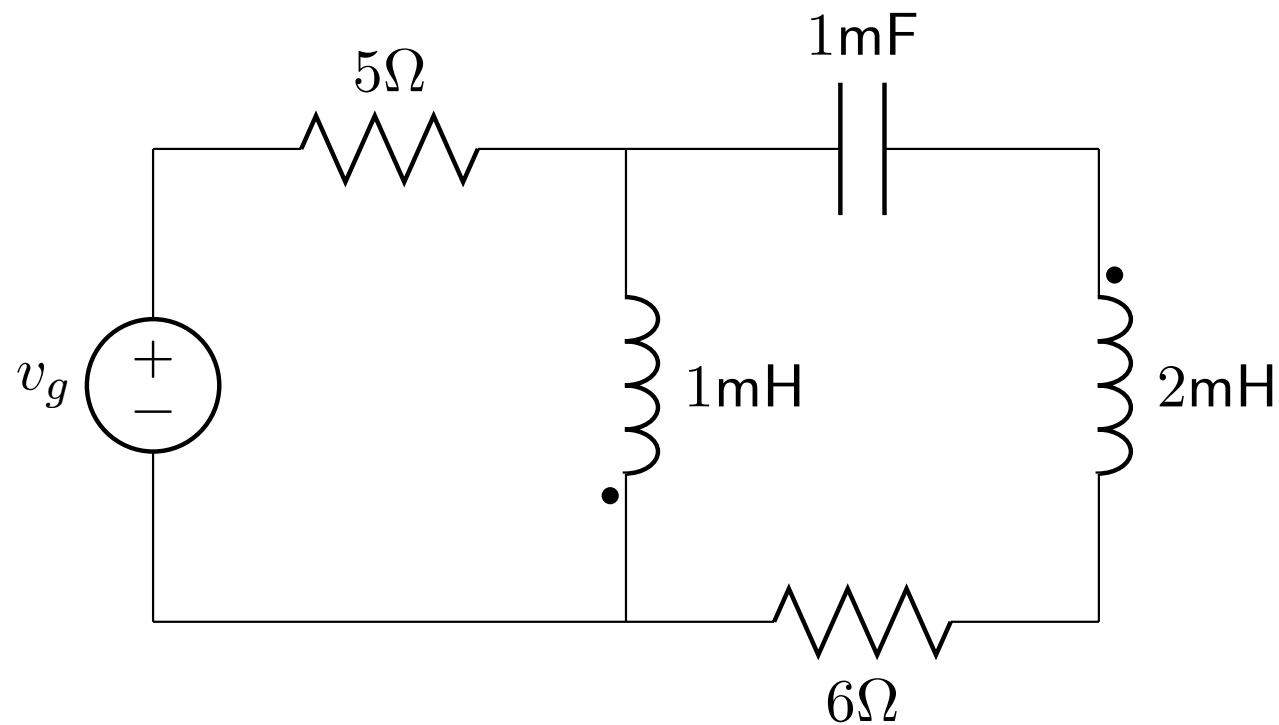
$$V_g(t) = 30 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{50}{k^2} (\cos(k\omega_0 t) - \sin(k\omega_0 t))$$



- Calcula los valores eficaces de la tensión V_g , tensión V_0 , e intensidad I para la componente continua, primer y segundo armónico
- Determina la potencia activa consumida por el circuito para cada armónico
- Calcula el factor de potencia de entrada del circuito
- Indica la expresión de la tensión de salida con respecto al tiempo $V_0(t)$

Ejercicio 4-12

Calcula el factor de potencia de la fuente v_g .



Datos:

$$v_g(t) = 20 + 4 \cos 1000t + 3 \sin 1000t + 1,5 \cos 2000t + 1 \sin 2000t, k = 0,8$$