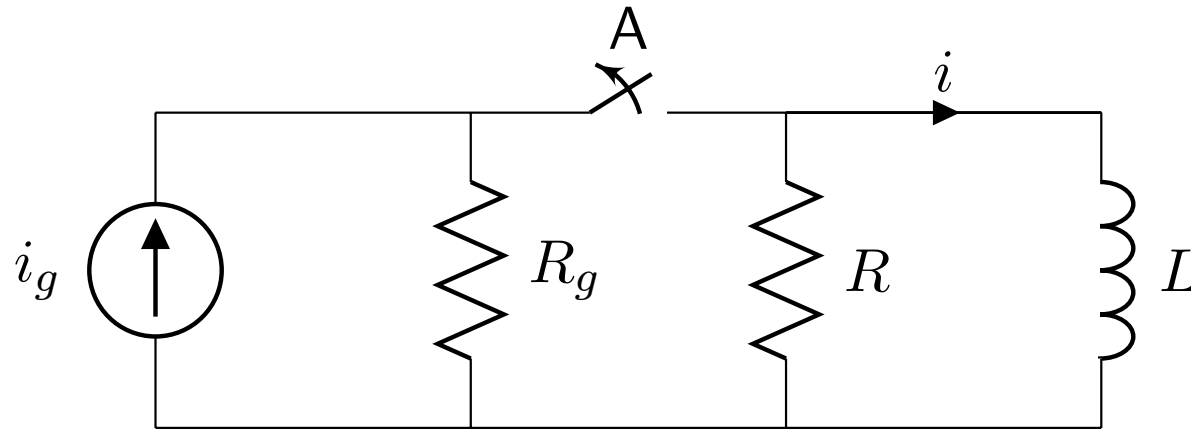


Análisis de Redes Eléctricas

Tema 1: Circuitos RL y RC de primer orden

Respuesta natural RL

El interruptor A ha estado cerrado un tiempo suficientemente largo y se abre en $t = 0$



$$Ri + L \frac{di}{dt} = 0 \implies \frac{di}{i} = \frac{-R}{L} dt \implies \int_{i_0}^i \frac{di}{i} = \int_0^t \frac{-R}{L} dt \implies$$
$$\ln \frac{i}{i_0} = \frac{-R}{L} t \implies i(t) = i_0 e^{\frac{-R}{L} t}$$

La intensidad en la bobina no varía bruscamente!!

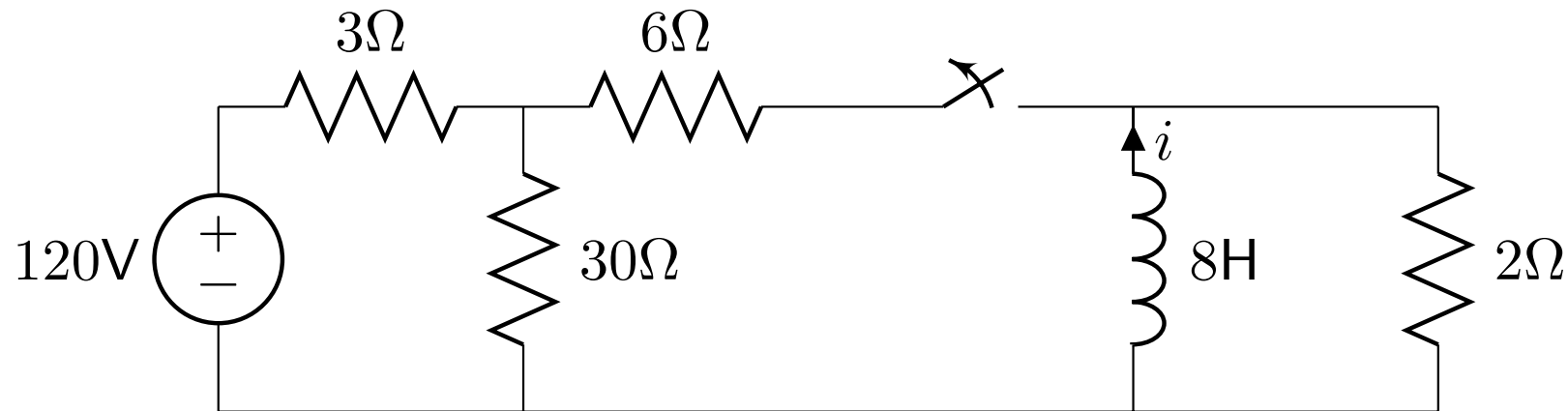
Ejercicio 1-1

El interruptor ha estado cerrado durante un tiempo suficientemente largo y se abre en $t = 0$. Calcula

a) $i(t = 0^-)$

b) $i(t = 0^+)$

c) $i(t)$ para $t \geq 0$



Ejercicio 1-2

El interruptor ha estado cerrado durante un tiempo suficientemente largo y se abre en $t = 0$. Determina

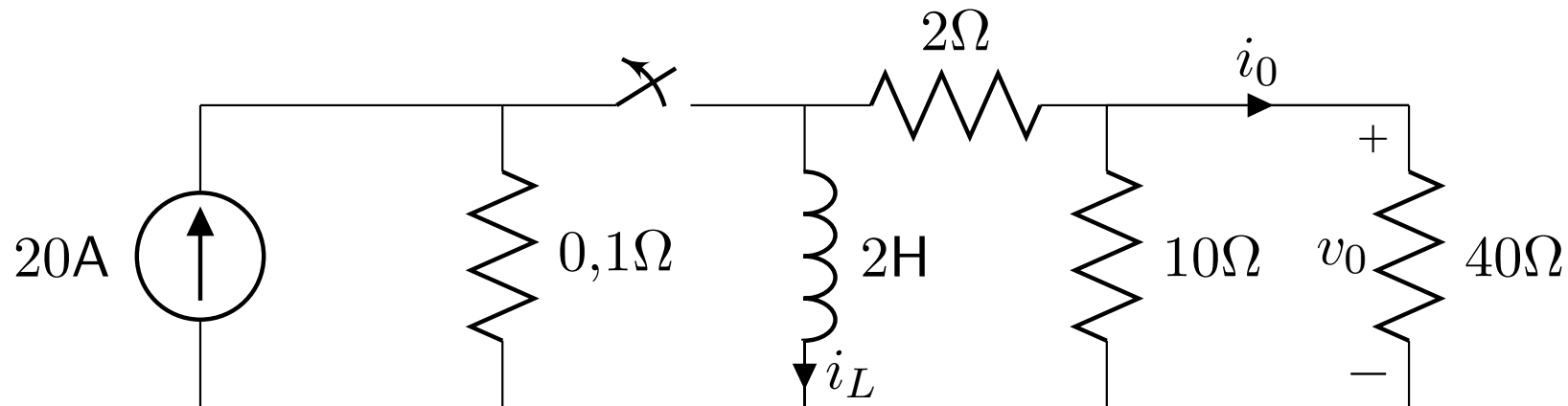
a) $i_L(t = 0^-)$

b) $i_L(t = 0^+)$

c) $i_L(t)$ para $t \geq 0$

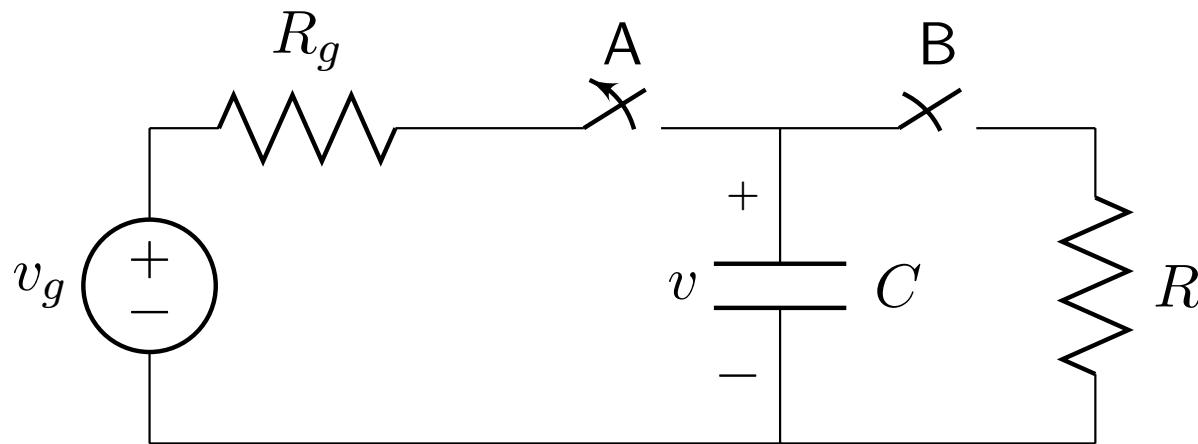
d) $i_0(t)$ para $t \geq 0^+$

e) $v_0(t)$ para $t \geq 0^+$



Respuesta natural RC

Los interruptores A y B han estado cerrado y abierto, respectivamente, un tiempo suficientemente largo. En $t = 0$ el interruptor A se abre y el B se cierra.



$$C \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = 0 \implies \frac{dv}{v} = \frac{-1}{RC} dt \implies \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = \int_0^t \frac{-1}{RC} dt \implies$$
$$\ln \frac{v}{v_0} = \frac{-1}{RC} t \implies v(t) = v_0 e^{\frac{-1}{RC} t}$$

La tensión en el condensador no varía bruscamente!!

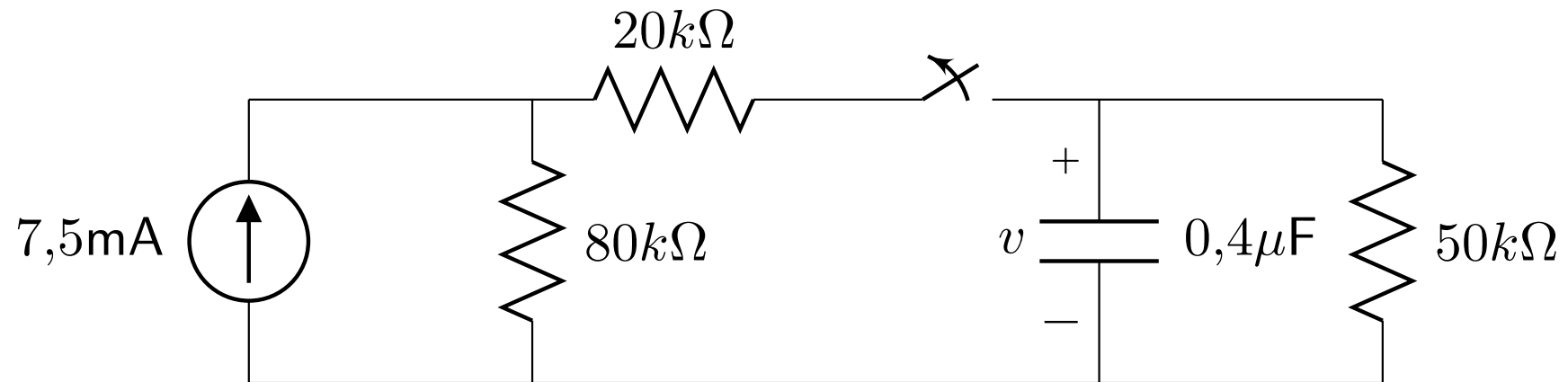
Ejercicio 1-3

El interruptor ha estado cerrado un tiempo suficientemente largo y se abre para $t = 0$. Calcula

a) $v(t = 0^-)$

b) $v(t = 0^+)$

c) $v(t)$ para $t \geq 0$



Ejercicio 1-4

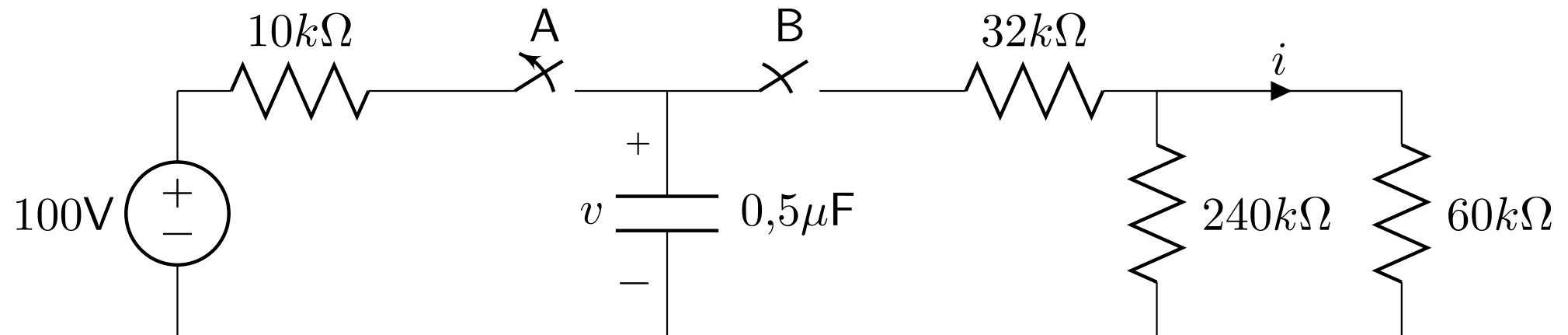
Los interruptores A y B han estado cerrado y abierto, respectivamente, un tiempo suficientemente largo. En $t = 0$ el interruptor A se abre y el B se cierra. Calcula

a) $v(t = 0^-)$

b) $v(t = 0^+)$

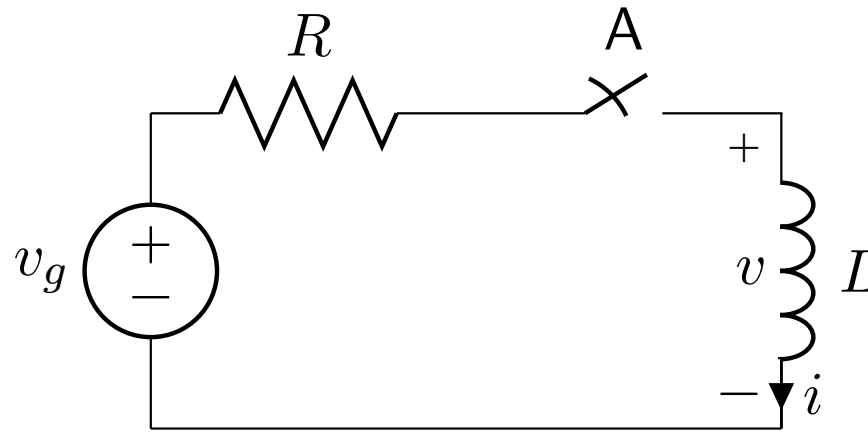
c) $v(t)$ para $t \geq 0$

d) $i(t)$ para $t \geq 0$



Respuesta escalón RL

El interruptor A se cierra en $t = 0$. La intensidad inicial de la bobina es 0.



$$Ri + L \frac{di}{dt} = v_g \implies \frac{di}{v_g - Ri} = \frac{1}{L} dt \implies \int_0^i \frac{di}{v_g - Ri} = \int_0^t \frac{1}{L} dt \implies$$

$$\frac{-1}{R} \ln \frac{v_g - Ri}{v_g} = \frac{1}{L} t \implies i(t) = \frac{v_g}{R} \left(1 - e^{\frac{-R}{L} t} \right)$$

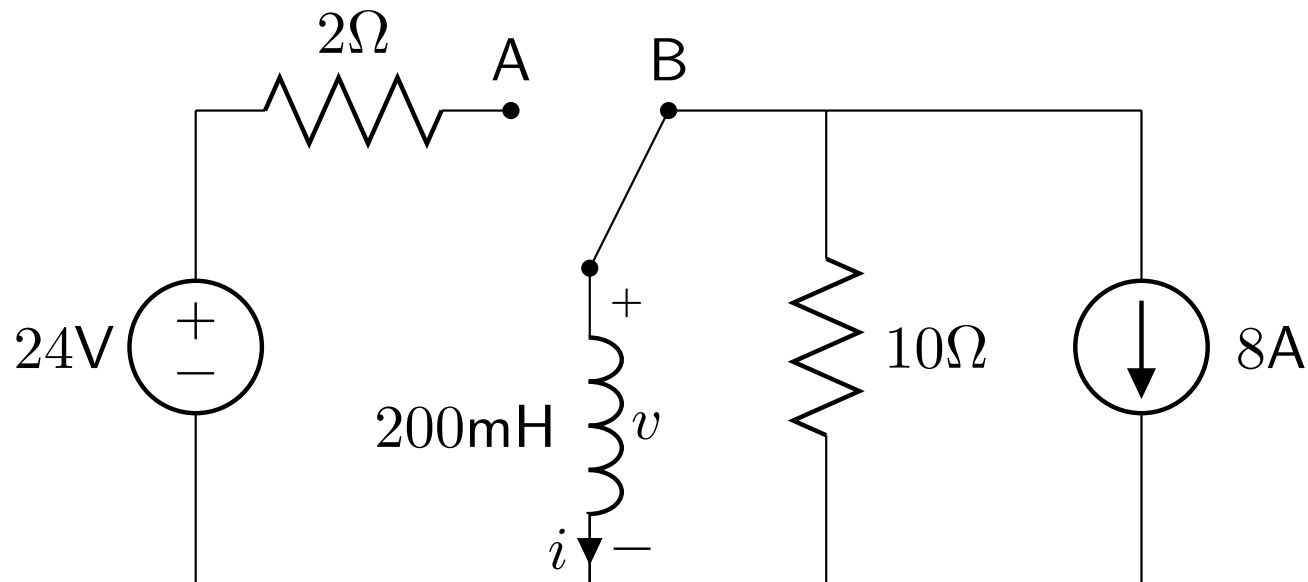
$$v(t) = L \frac{di}{dt} = v_g e^{\frac{-R}{L} t}$$

La intensidad en la bobina no varía bruscamente!!

Ejercicio 1-5

Después de un tiempo suficientemente largo, el interruptor pasa de B a A en $t = 0$. Calcula

- a) $i(t)$ para $t \geq 0$ b) $v(t)$ para $t \geq 0^+$ c) Dibuja $i(t)$ y $v(t)$



Solución 1-5

- 1) En primer lugar analizamos el circuito con el interruptor en la posición B. Como en continua la bobina se comporta como un cortocircuito tenemos que $i(t = 0^-) = -8 \text{ [A]}$.
- 2) En segundo lugar aplicamos la LKT cuando el interruptor está en la posición A:

$$24 = 2i + 0,2 \frac{di}{dt}$$

- 3) Resolvemos la ecuación diferencial

$$\begin{aligned} \frac{di}{24 - 2i} &= \frac{1}{0,2} dt \implies \int_{-8}^i \frac{di}{24 - 2i} = \int_0^t \frac{1}{0,2} dt \implies \\ \frac{-1}{2} \ln \frac{24 - 2i}{24 - 2 \cdot (-8)} &= \frac{t}{0,2} \implies \frac{24 - 2i}{40} = e^{-10t} \implies i(t) = 12 - 20e^{-10t} \end{aligned}$$

- 4) Comprueba que la condición inicial se cumple
- 5) Calcula la tensión como

$$v(t) = L \frac{di}{dt} = 40e^{-10t}$$

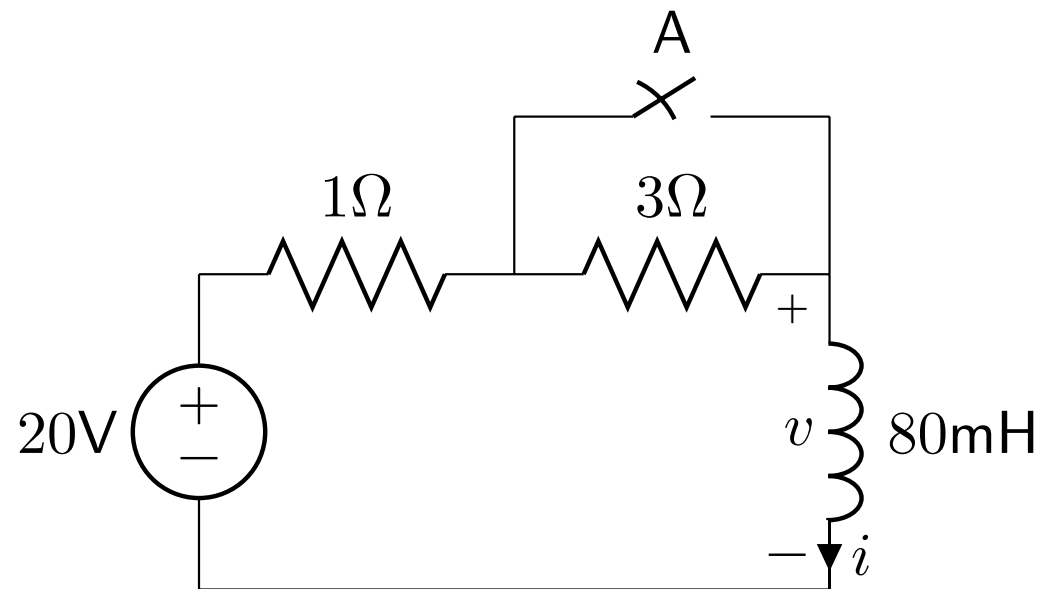
Ejercicio 1-6

Después de un tiempo suficientemente largo, el interruptor A se cierra en $t = 0$. Calcula

a) $i(t = 0^-)$

b) $i(t)$ para $t \geq 0$

c) $v(t)$ para $t \geq 0^+$



Ejercicio 1-7

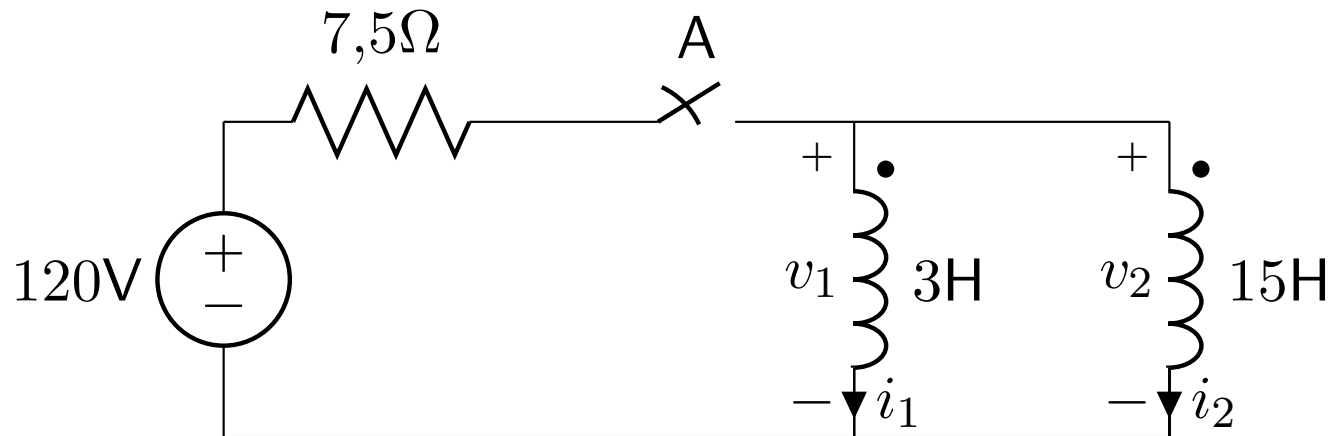
El interruptor A se cierra en $t = 0$. Para $M = 6\text{H}$ calcula

a) $i_1(t)$ para $t \geq 0$

c) $v_1(t)$ para $t \geq 0^+$

b) $i_2(t)$ para $t \geq 0$

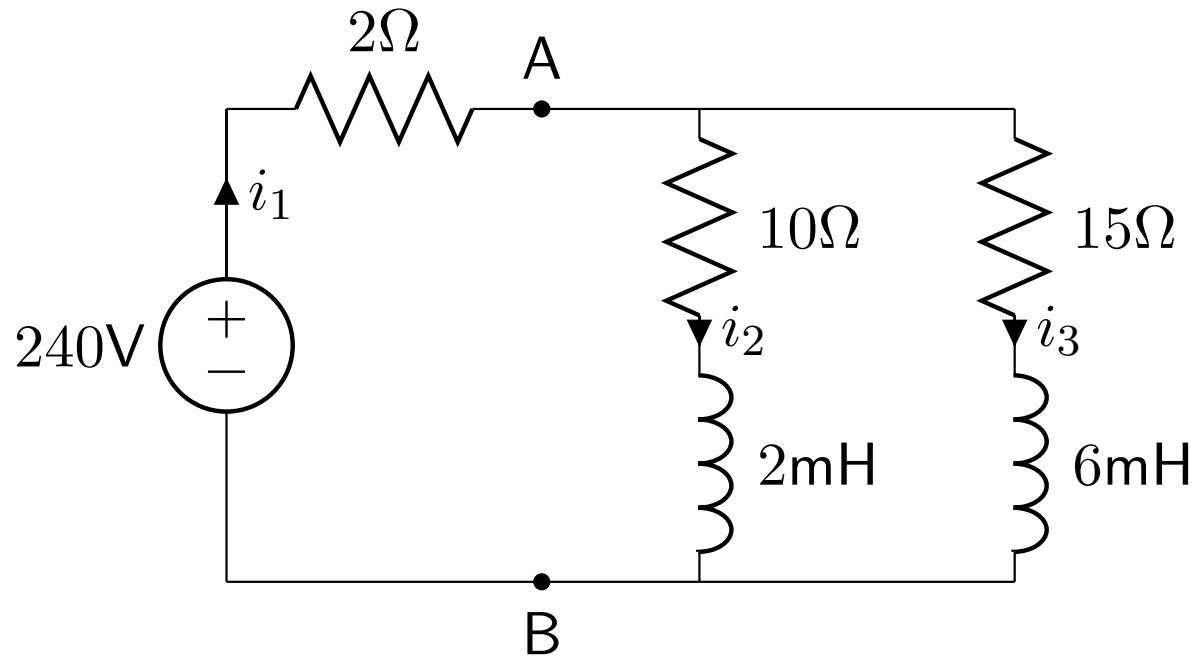
d) $v_2(t)$ para $t \geq 0^+$



Ejercicio 1-8

Después de un tiempo suficientemente largo, se produce un cortocircuito entre los puntos A y B en $t = 0$. Calcula:

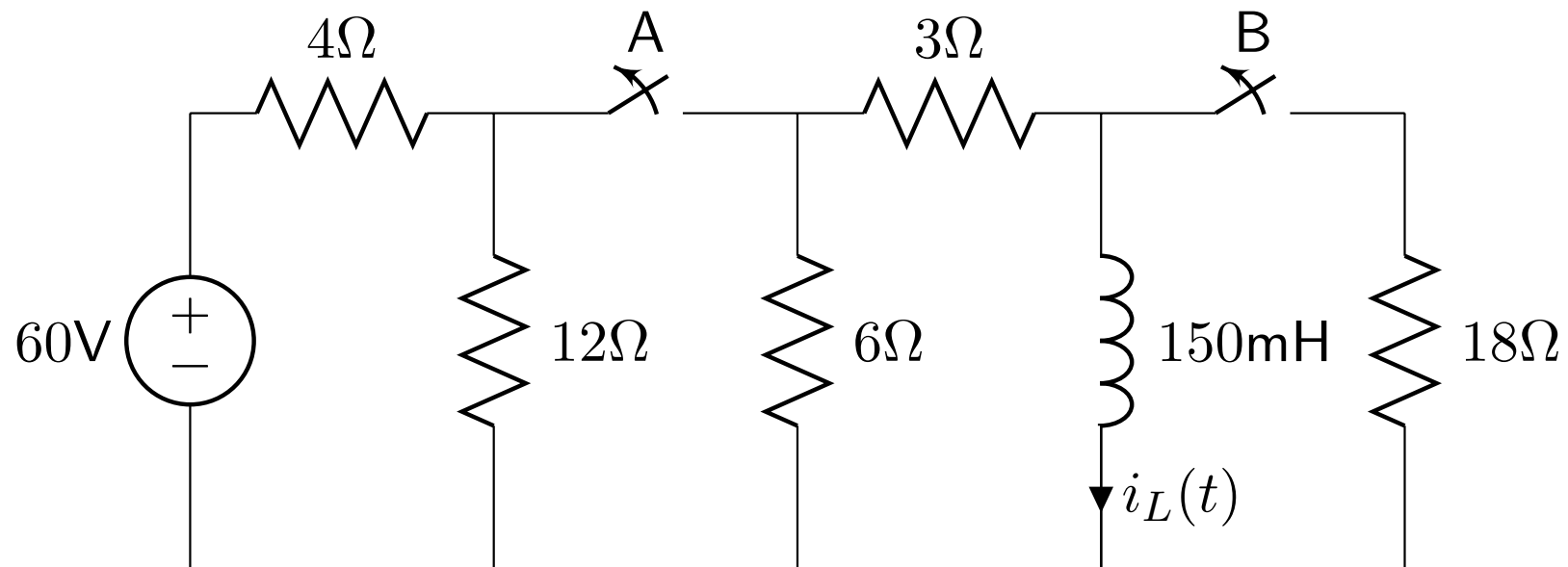
- | | | |
|-------------------|-------------------|-----------------------------------|
| a) $i_1(t = 0^-)$ | d) $i_1(t = 0^+)$ | g) $i_{AB}(t = 0^+)$ |
| b) $i_2(t = 0^-)$ | e) $i_2(t = 0^+)$ | h) $i_{AB}(t \rightarrow \infty)$ |
| c) $i_3(t = 0^-)$ | f) $i_3(t = 0^+)$ | i) $i_{AB}(t), t \geq 0^+$ |



Ejercicio 1-9

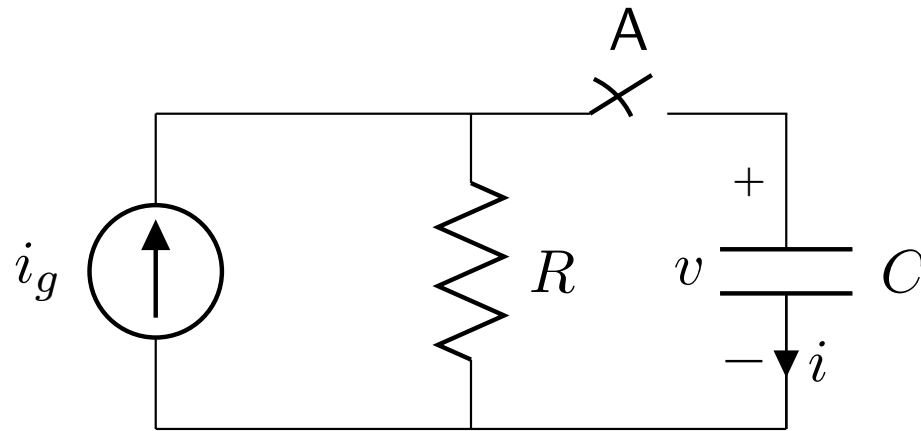
Después de un tiempo suficientemente largo con ambos interruptores cerrados, se abre el interruptor A en $t = 0$ y el interruptor B en $t = 35\text{ms}$. Calcula:

- a) $i_L(t = 0^-)$ b) $i_L(t), 0 \leq t \leq 35\text{ms}$ c) $i_L(t), t > 35\text{ms}$



Respuesta escalón RC

El interruptor A se cierra en $t = 0$. La tensión inicial del condensador es 0.



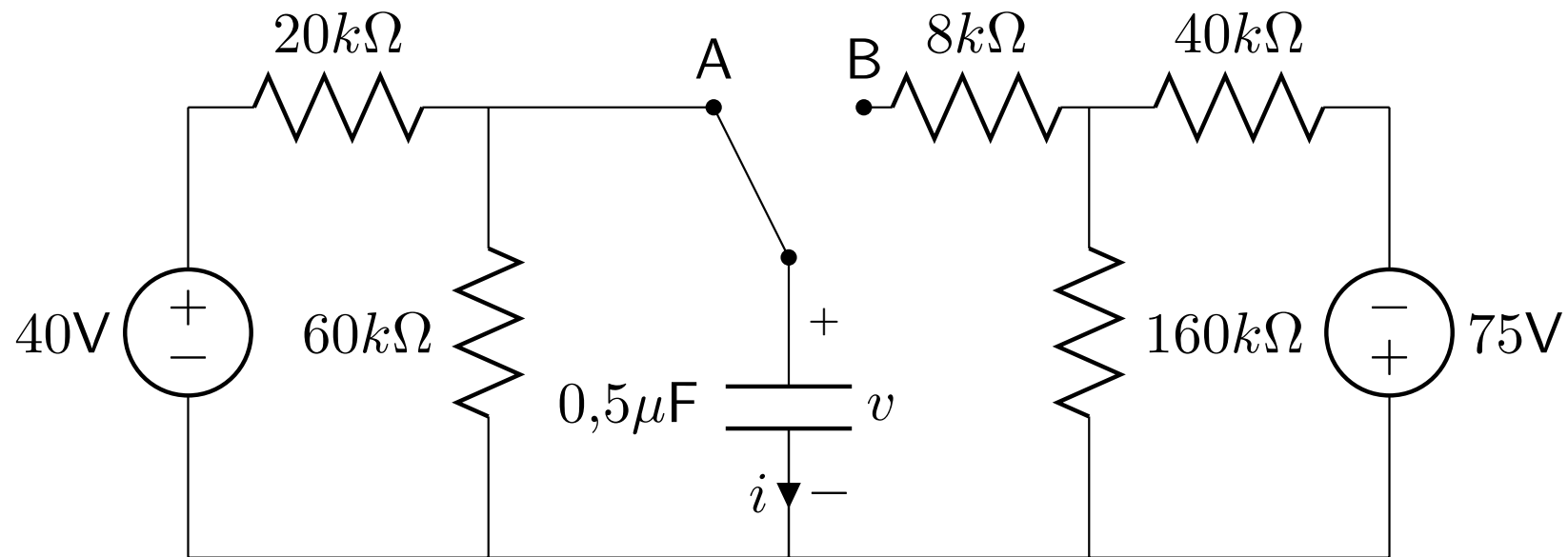
$$\begin{aligned} \frac{v}{R} + C \frac{dv}{dt} &= i_g \implies \frac{dv}{i_g - Gv} = \frac{1}{C} dt \implies \int_0^v \frac{dv}{i_g - Gv} = \int_0^t \frac{1}{C} dt \implies \\ -R \ln \frac{i_g - Gv}{i_g} &= \frac{1}{C} t \implies v(t) = Ri_g \left(1 - e^{\frac{-1}{RC} t} \right) \\ i(t) &= C \frac{dv}{dt} = i_g e^{\frac{-1}{RC} t} \end{aligned}$$

La tensión en el condensador no varía bruscamente!!

Ejercicio 1-10

Tras un tiempo suficientemente largo, el interruptor pasa de la posición A a la posición B en $t = 0$. Calcula

- a) $i(t)$ para $t \geq 0^+$ b) $v(t)$ para $t \geq 0$ c) Dibuja $i(t)$ y $v(t)$

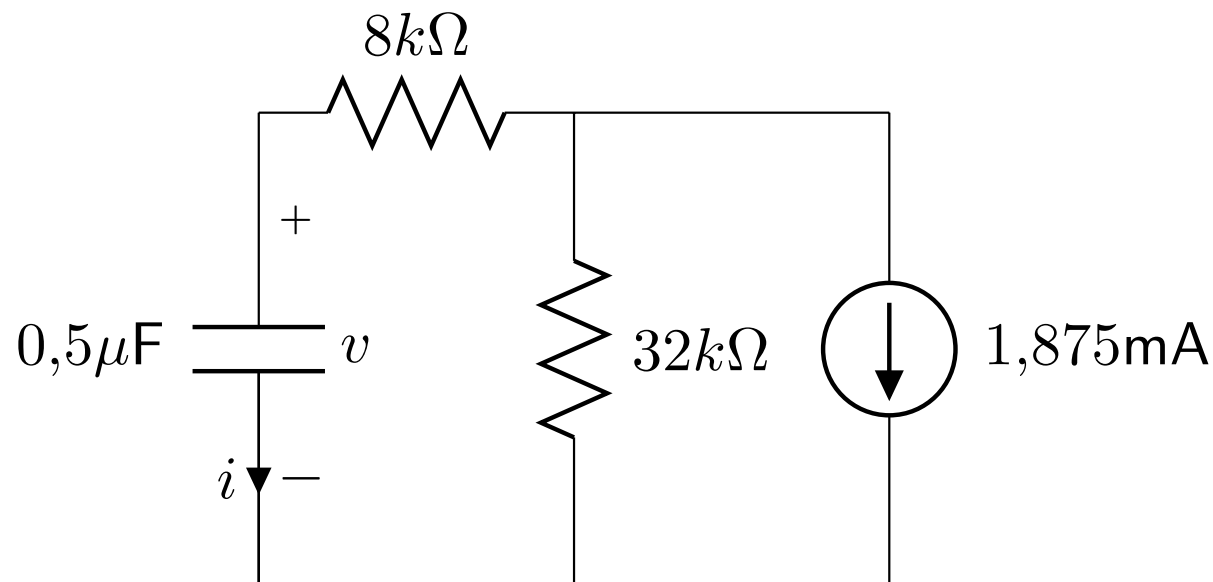


Solución 1-10

- 1) Analizamos el circuito con el interruptor en la posición A. Calculamos la intensidad inicial del condensador como

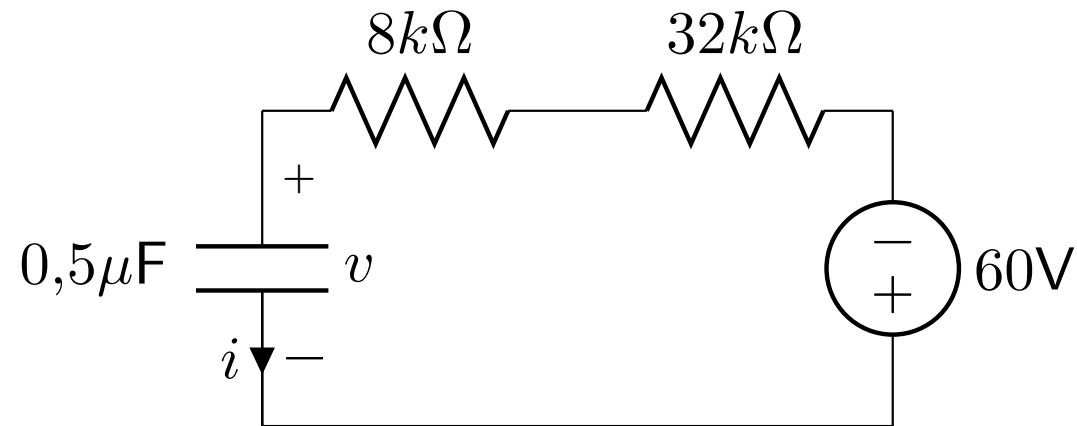
$$v(t = 0^-) = 40 \frac{60}{20 + 60} = 30 \text{ [V]}$$

- 2) Con el circuito en la posición B, hacemos transformación de la fuente real de tensión en una de intensidad, y luego hacemos el paralelo de las dos resistencias

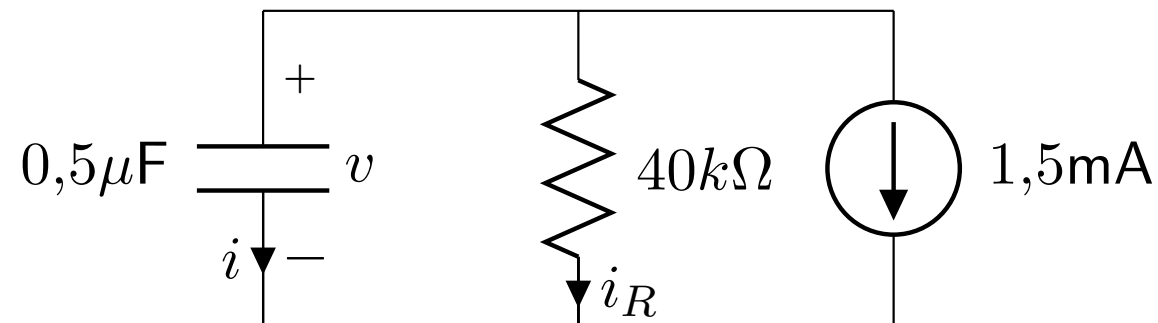


Solución 1-10 (cont)

3) Pasamos la fuente de intensidad a una de tensión



4) Volvemos a transformar la fuente de tensión en fuente de intensidad



5) También se podría haber hecho con equivalente Thevenin-Norton

Solución 1-10 (cont)

- 6) Aplicamos LKC al nudo de arriba y obtenemos la siguiente ecuación diferencial

$$0,5 \cdot 10^{-6} \frac{dv}{dt} + \frac{v}{40 \cdot 10^3} + 1,5 \cdot 10^{-3} = 0$$

- 7) Resolvemos la ecuación diferencial

$$\begin{aligned} 0,02 \frac{dv}{dt} + v + 60 &= 0 \implies \frac{dv}{-60 - v} = 50 dt \implies \\ \int_{30}^v \frac{dv}{-60 - v} &= \int_0^t 50 dt \implies -\ln \frac{-60 - v}{-60 - 30} = 50t \implies \\ v(t) &= 90e^{-50t} - 60 \end{aligned}$$

- 8) Compruebo que las condiciones iniciales y finales se cumplen.

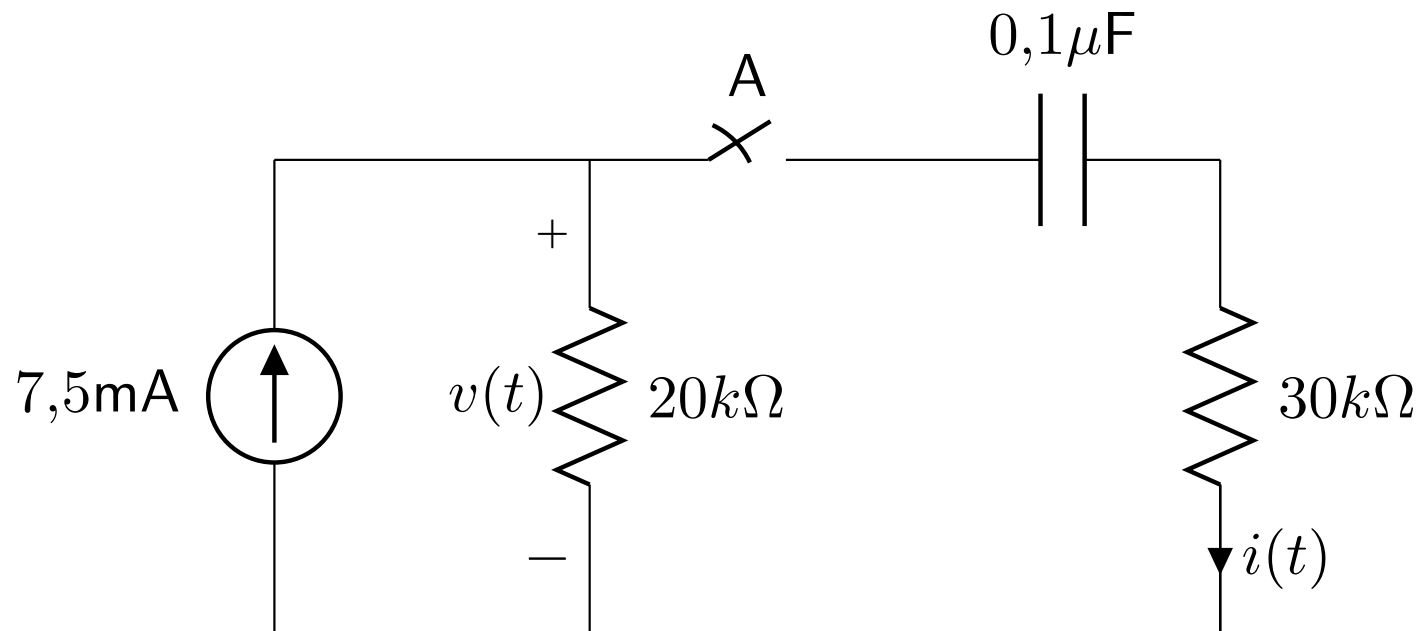
$$\begin{aligned} v(t = 0^+) &= v(t = 0^-) = 30 \text{ [V]} \\ v(t \rightarrow \infty) &= -60 \text{ [V]} \end{aligned}$$

Ejercicio 1-11

El interruptor A ha estado abierto un tiempo suficientemente largo y se cierra en $t = 0$. Plantea una ecuación diferencial que dependa solo de v y calcula

a) $i(t), t \geq 0^+$

b) $v(t), t \geq 0^+$



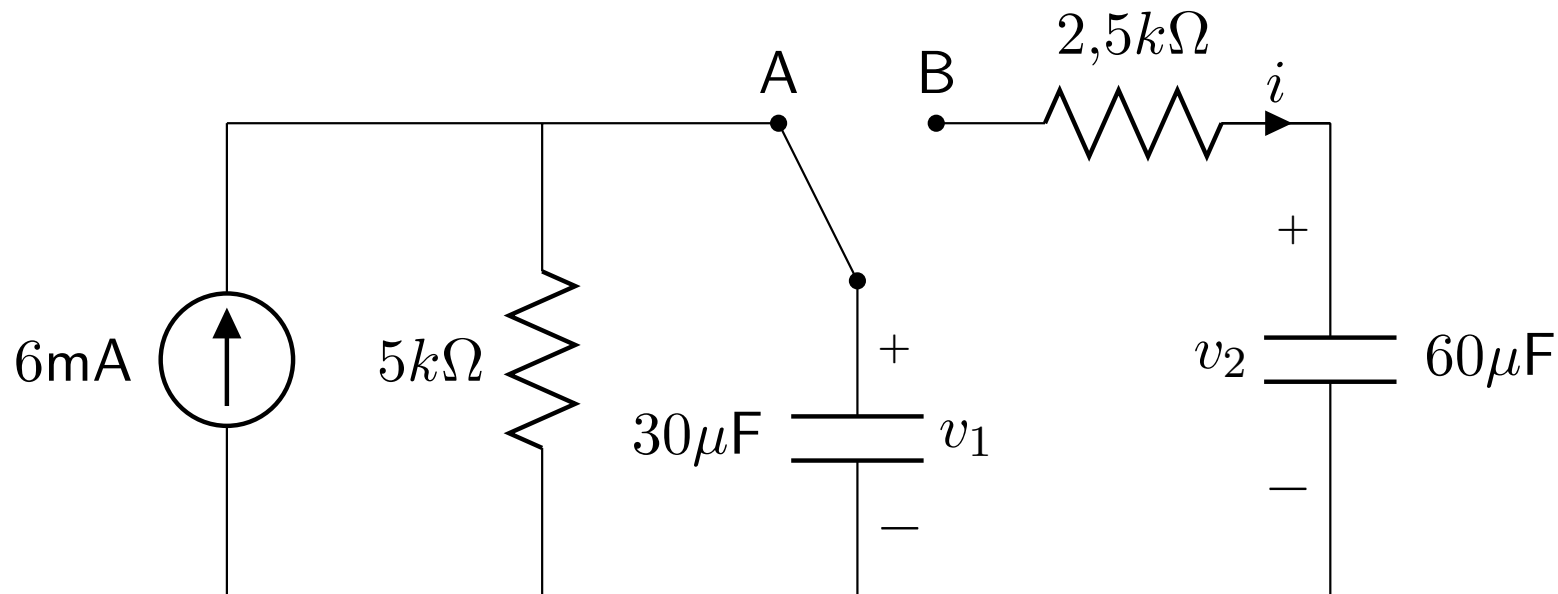
Ejercicio 1-12

El interruptor ha estado en la posición A un tiempo suficientemente largo. En $t = 0$ cambia a la posición B. El condensador de $60\mu\text{F}$ no tiene ninguna energía inicial. Plantea una ecuación diferencial que dependa solo de i y calcula

a) $v_1(t), t \geq 0$

b) $v_2(t), t \geq 0$

c) $i(t), t \geq 0^+$



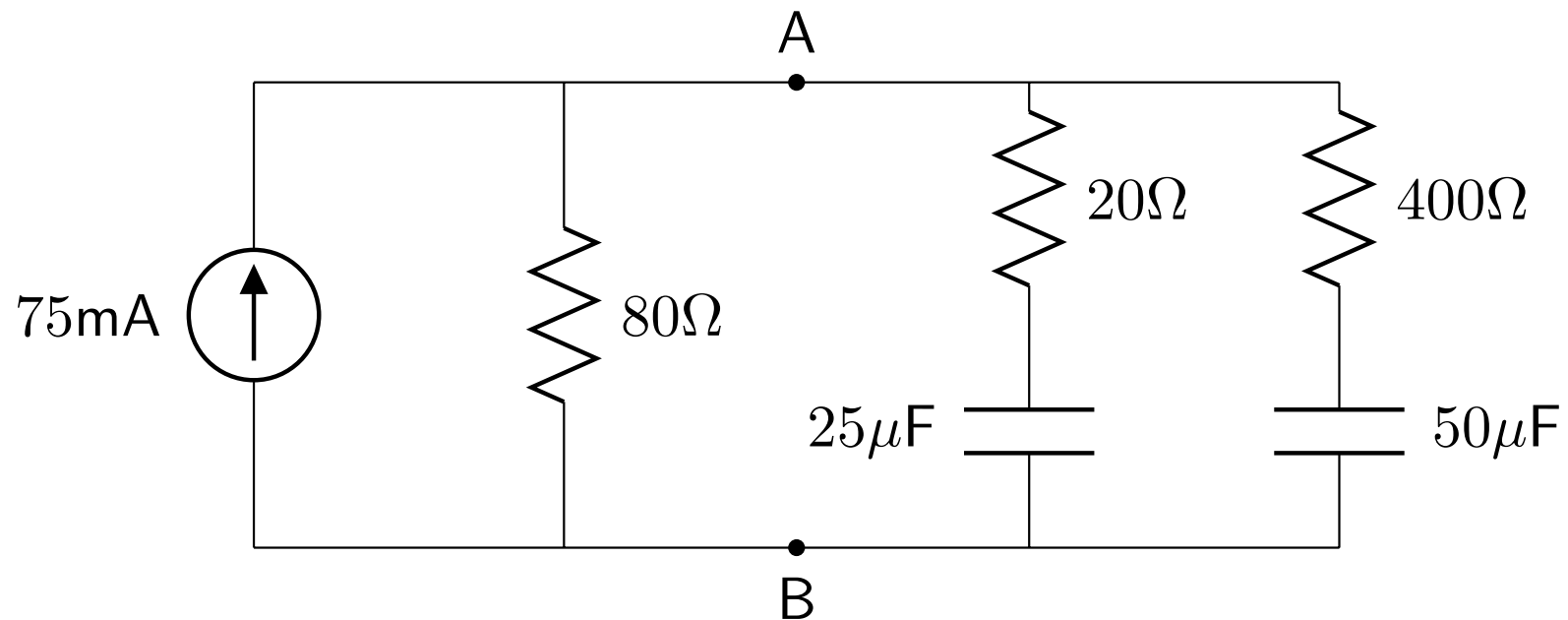
Ejercicio 1-13

Después de un tiempo suficientemente largo, se produce un cortocircuito entre los puntos A y B en $t = 0$. Calcula:

a) $i_{AB}(t = 0^+)$

b) $i_{AB}(t \rightarrow \infty)$

c) $i_{AB}(t), t \geq 0^+$



Ejercicio 1-14

Tras un tiempo suficientemente largo en funcionamiento, en el circuito de la figura de la página 1 se produce un cortocircuito entre los puntos A y B . Calcula $i_{AB}(t)$, $t \geq 0^+$.

